

授業展開例（数学A）

1 校種・学年 高等学校 第1学年

2 単元名 数学A 平面図形「方べきの定理」

3 単元設定の理由

(1) 単元観

本単元は、学習指導要領 数学A 2内容(3) 図形の性質「ア平面図形」を扱う。「解説」数学編では、基礎的な内容の理解を深め、事象の考察に活用するとともに、図形に対する直感力・洞察力を養い、図形の性質や定理を論理的に考察・表現する能力の育成が求められている。そこで、円に内接する四角形や円の接線の性質、方べきの定理を取り上げ、円の2つの弦AB、CDが点Pで交わるとき、線分PA:PB=PC:PDの関係となることを考察させる。方べきの定理は、中学校、数学Iの既習事項である三角形の相似条件と円周角の定理等を組み合わせて証明することができる。これらのことから、「方べきの定理」を扱う内容は、基礎的な内容の理解を深め、図形の性質や定理を組み合わせて論理的に考察する力や、表現する力を育成することに適していると考えた。

(2) 生徒観

本クラスの生徒は、習熟度別クラス（基礎(12名)・標準(16名)）の基礎クラスの生徒である。アンケート調査の結果、ほとんどの生徒が、数学に関して苦手意識を持ち「数学ができない」と思っていることがわかった。本クラスの共通学力テストにおける「平面図形に関する証明を文章で表現する問題」に関する正答率は、19%と低かった。誤答分析では、生徒は平面図形の性質や定理等を当てはめ計算することはある程度できているが、図形の性質や定理等がなぜそうなるのかということに関しては論理的に考え、表現できていないことがわかった。

(3) 指導観

「方べきの定理」の線分の関係を考察させるため「円の2つの弦AB、CDが点Pで交わっているとき、線分PA、PB、PC、PDの間にはどんな関係が成り立つか」という課題を知識構成型ジグソー法を用いて考えさせる。エキスパート活動で3～4人グループを3班づくり、各グループには別々の資料A～Cに取り組ませる。資料Aのグループは、円周角の定理を活用し、円周角を求める活動を行う。資料Bのグループは、三角形の相似条件を活用し、4つの三角形から相似な図形を選ぶ活動を行う。資料Cのグループは、相似な三角形の性質を活用し、 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ の対応する辺の長さを求める活動を行う。ジグソー活動では、資料Aのグループ、資料Bのグループ、資料Cのグループそれぞれから、1～2人ずつ集まり3つの新グループをつくる。この新グループで最初の課題を協働して解かせる。その後、クロストークで全班の考えを発表し、クラス全体で話をさせる。これらの活動を通して、一人一人が他者の意見を参考にし、話し合いの前より考えの質を向上させることができると考えた。

4 単元の目標

円に内接する四角形や円の接線の性質、方べきの定理等を活用して、様々な事象を考察することができる。

5 評価の計画（全9時間）

次	学習内容 (時数)	評 価					
		関	見	表	知	評価規準	評価方法
1	円周角の定理 (2)			◎	○	・円周角の定理を理解している。 ・角の大きさを求めることができる。	観察、テスト ワークシート

				○	・円周角の定理の逆を理解している。	観察, テスト ワークシート
2	円に内接する四角形 (1)			◎	○ ・円に内接する四角形の性質を理解している。 ・角の大きさを求めることができる。	観察, テスト ワークシート
3	円の接線 (2)			◎	○ ・接線と弦のつくる角の性質を理解している。 ・角の大きさを求めることができる。	観察, テスト ワークシート
				◎	○ ・円の接線の長さが等しいことを理解している。 ・線分の長さを求めることができる。	観察, テスト ワークシート
4	方べきの定理 (2) 【本時1/2】	○			・円の2つの弦の性質について興味をもっている。 ・円の性質の証明について考察している。	観察 ワークシート
			◎	○	・方べきの定理の証明について考察している。 ・方べきの定理を利用し線分の長さを求めることができる。	観察, テスト ワークシート
5	2つの円 (1)			○	・2つの円の位置関係が5パターンあることを理解し、内接と外接のパターンは、中心間の距離と半径との関係を理解している。	観察, テスト ワークシート
6	確認問題 (1)			◎	・様々な図形の性質・法則等を利用し、図形に関する問題を解くことができる	観察, テスト ワークシート

6 本時の展開

(1) 教科の目標

「円周角の定理」「三角形の相似」から、「方べきの定理」が導き出される過程を論理的に考察する力を身に付ける。

人権教育の視点

① 自己肯定感を向上させる。

手立て：ワークシートを工夫し、初めに自分で問題を解く欄、話し合い後に修正した自分の考えを再度表現する欄、振り返りの欄を設けることで、最初の自分と話し合い後の自分を比較させ考えが成長していることを実感させる。

② 他の人の考え方や感じ方を認め、多様な意見を尊重して学び合う態度を育てる。

手立て：話し合いの工夫

- ・グループ活動の際、自分と意見が異なっているとしても最後まで相手の話を聞いてみる。
- ・話を聞く場合は、わからないところは質問し相手の考えを自分からわかろうとすると共に、説明する場合は違う言い方で言い直し伝えようとする。
- ・グループで意見をまとめることに終始せず、どこが同じ考えでどこが異なる考えとなるのか、どこまで合意できるかを話し合う。

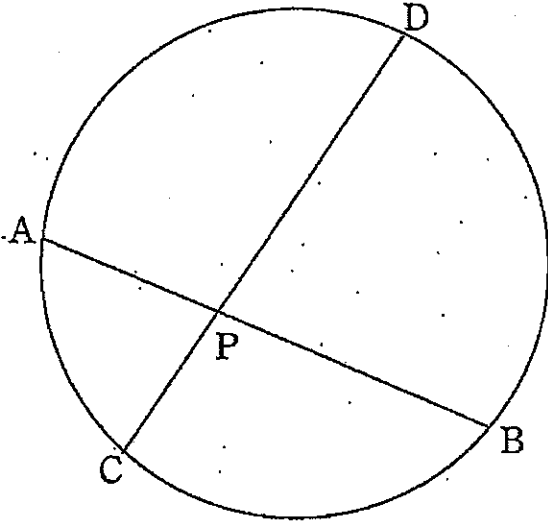
(2) 学習展開

過程	学習活動	指導上の留意点	評価の観点	評価方法
導入 5分	○はじめのあいさつをする。 ・本時の活動の内容、目標を確認する。 ・メイン課題を各自で考える。	○「円の2つの弦AB, CDが点Pで交わっているとき、線分PA, PB, PC, PDの間にはどんな関係が成り立つか」をまず自分で考え、解と考え方をワークシートに書かせる。		

展開	<p>〈エキスパート活動〉</p> <ul style="list-style-type: none"> 各エキスパートに分かれ、それぞれの課題を話し合いながら理解し合う。 	<p>○机間指導をして、必要なアドバイスをする。</p> <p>○聴く方は、わからないことがあれば質問し、相手の考えをわかろうとする。</p> <p>説明する方は、相手に自分の考えをしっかりと伝えるため何度も違う言い方で言い直し伝えようとする。</p> <p>【Aグループ】</p> <p>円周角はすべて等しいことを確認させ、$\angle A = \angle D$、$\angle B = \angle C$ となることに気付かせ円周角を求めさせる。</p> <p>【Bグループ】</p> <p>三角形の相似条件を確認させ、問題の4つの三角形の中から2組の角がそれぞれ等しい三角形を選び、その2つの三角形が相似である理由を説明させる。</p> <p>【Cグループ】</p> <p>相似な三角形は、対応する辺の長さの比が等しいことを確認させ、相似な三角形の対応する辺の位置を間違えずに正しい答えを導き出させる。</p>	<p>○自分と意見が異なっているとしても最後まで相手の話を聞いている。</p> <p>○聴いている方も話している方も相手に自分の考えを伝えようとしている。</p>	
展開 35分	<p>〈ジグソー活動〉</p> <ul style="list-style-type: none"> A, B, C各エキスパートグループから1人ずつ集まり、A→B→Cの順にエキスパート活動で話し合った内容を説明し合う。 3人の説明しあった内容をもとに、メイン課題に取り組む。 3人全員が説明できるように、しっかりと話し合う。 <p>〈クロストーク〉</p> <ul style="list-style-type: none"> 各班1人ずつジグソー活動でまとめた内容を発表する。 	<p>○最初の課題をAグループ、Bグループ、Cグループの考えを持ち寄り、協力して考えを出し合いながら課題を解いていくために話し合うように指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 意見をまとめることに終始せず、どこが同じ考えでどこが異なる考えとなるのか、どこまで合意できるかを話し合うことが重要であると話し合いのポイントを伝える。 自分と意見が異なっているとしても最後まで相手の話を聴く態度をもっている生徒を意識的にほめる。 わからないところは質問し相手の考えを自分からわかろうとしている生徒も意識的にほめる。 考えがまとまっていなくても、あきらめず違う言い方で言い直し伝えようとしている生徒を意識的にほめる。 <p>○各班から出た考えを発表させ、意見を交流させる。</p>	<p>○方べきの定理の証明について考察している。また、方べきの定理を利用し線分の長さを求めることができる。(教科)</p> <p>○他の人の考え方や感じ方を認め、多様な意見を尊重して学び合っている。(人権教育)</p>	観察
まとめ 10分	<p>○メイン課題に再挑戦する。</p> <p>○振り返りをさせる。</p> <p>○終わりのあいさつをする。</p>	<p>○再度、最初の課題をクロストークで考えたことをもとに各自で解かせる。</p> <p>○最初の自分の解と最後の自分の解を比べ、何が変容をもたらしたかを視点に振り返らせる。</p>	<p>○最初の自分と話し合い後の自分の解を比べ成長した自分を実感する。</p>	観察 記述

方べきの定理①

【メイン課題】円の2つの弦 AB, CD が点 P で交わっている。このとき、線分 PA, PB, PC, PD の間にはどんな関係が成り立つだろうか。



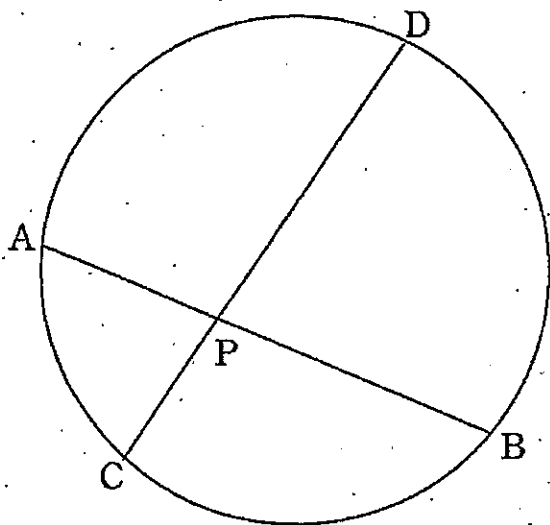
(成り立つ関係)

(その理由)

方べきの定理② (ジグソー活動後に, 再チャレンジ)

ジグソー活動でどれくらい理解できたでしょうか。もう一度, 最初の課題を考えてみよう。

【メイン課題】円の2つの弦 AB, CD が点 P で交わっている。このとき, 線分 PA, PB, PC, PD の間にはどんな関係が成り立つだろうか。



(成り立つ関係)

(その理由)

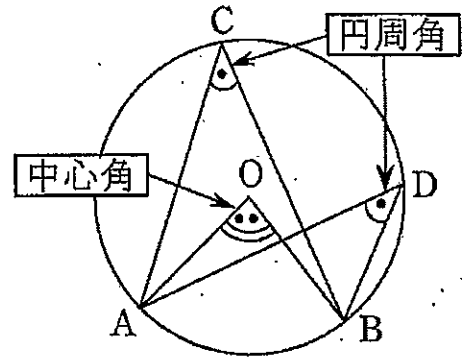
(再度挑戦してみて, 初めと後で自分自身どのようにかわりましたか。)

[円周角の定理]

円周角の定理

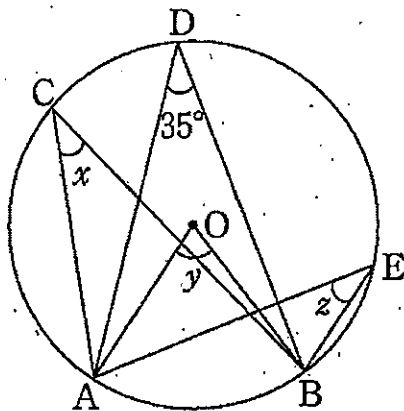
1つの弧に対して;

- [1] 円周角は中心角の半分である。
- [2] 円周角はすべて等しい。

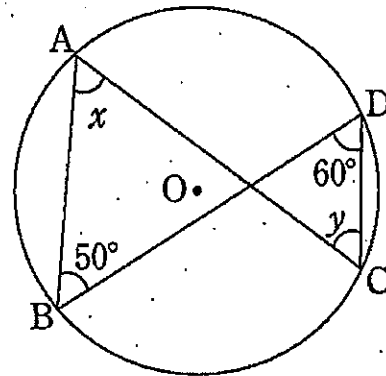


(問題) 次の図の円Oで、 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めよ。

①



②



[三角形の相似]

2つの図形的一方を拡大または縮小した図形がもう一方と合同であるとき、2つの図形は相似であるという。

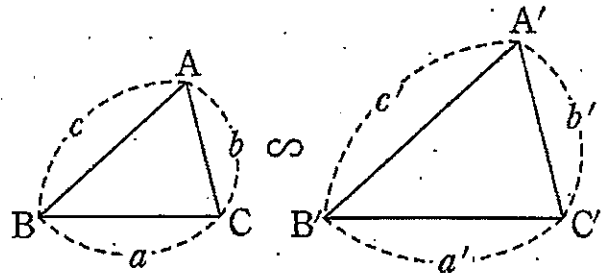
三角形の相似条件

2つの三角形は、次のどれかが成り立つとき相似である。

[1] 3組の辺の比

がすべて等しい。

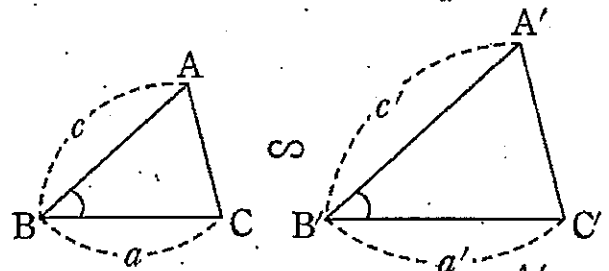
$$a : a' = b : b' = c : c'$$



[2] 2組の辺の比とその間の角

がそれぞれ等しい。

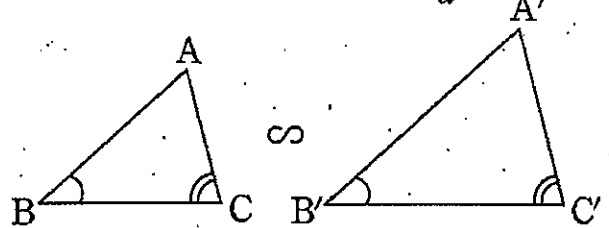
$$a : a' = c : c', \angle B = \angle B'$$



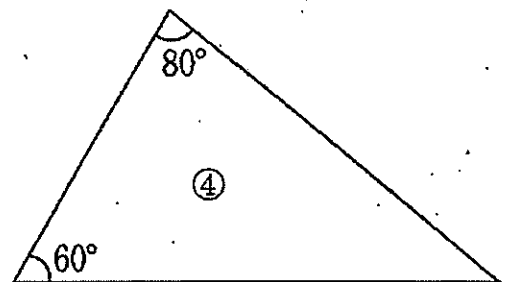
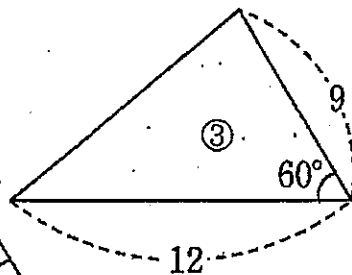
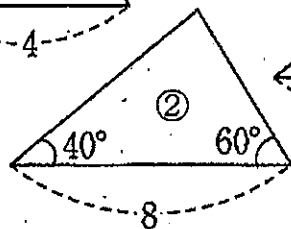
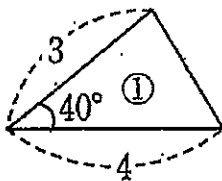
[3] 2組の角

がそれぞれ等しい。

$$\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$$



(問題) 次の三角形の中で、相似なものを2つ選べ。また、その理由も答えよ。

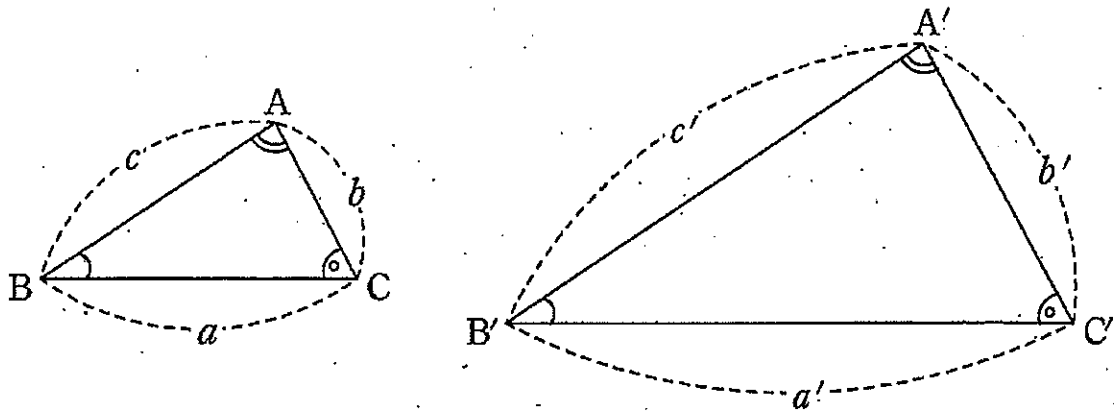


答

と

理由

[相似な三角形]



上の2つの三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ は相似である。

相似な図形では、

[1] 対応する辺の長さの比はすべて等しい。

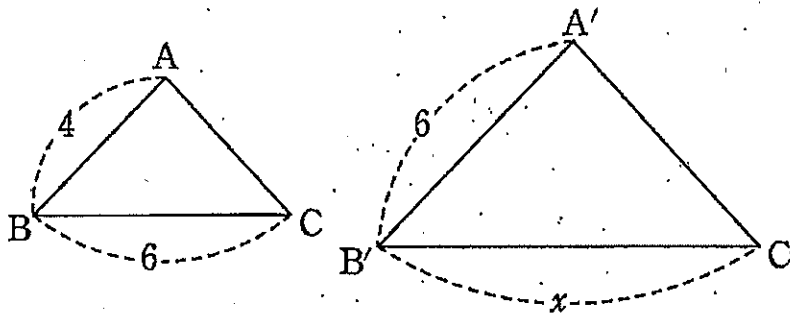
$$a : a' = b : b' = c : c'$$

[2] 対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

$$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$$

(問題) 下の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ である。このとき、 x の長さを求めよ。

①



②

