中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th>正　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配点</th></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>$\frac{4+2\sqrt{3}}{16-12}=\frac{4+2\sqrt{3}}{4}=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$
$1<\sqrt{3}<2$より
$3<2+\sqrt{3}<4$
$\frac{3}{2}<\frac{2+\sqrt{3}}{2}<2$
よって　$a=1\,,\ b=\frac{2+\sqrt{3}}{2}-1=\frac{\sqrt{3}}{2}$
したがって　$3a+5b-b^2=3\cdot1+5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$
$=3+\frac{5\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{4}$
$=\frac{12+10\sqrt{3}-3}{4}$
$=\frac{9+10\sqrt{3}}{4}$</td><td></td><td colspan="2">15</td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td>$\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4n-3}-\frac{1}{4n+1}\right)$ であるから，
$\frac{1}{1\cdot5}+\frac{1}{5\cdot9}+\frac{1}{9\cdot13}+\cdots\cdots+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$
$=\frac{1}{4}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{13}\right)+\cdots\cdots+\left(\frac{1}{4n-3}-\frac{1}{4n+1}\right)\right\}$
$=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4n+1}\right)$
$=\frac{1}{4}\cdot\frac{4n+1-1}{4n+1}$
$=\frac{n}{4n+1}$</td><td></td><td colspan="2">15</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>(1)</td><td>直線ADは，∠Aの二等分線であるから，
BD：DC＝AB：AC＝7：5
よって　$\mathrm{BD}=\frac{7}{7+5}\mathrm{BC}$
$=\frac{7}{12}\times10$
$=\frac{35}{6}$</td><td></td><td>10</td><td rowspan="2">20</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>直線BIは，∠ABDの二等分線であるから，
AI：ID＝BA：BD
$=7:\frac{35}{6}$
$=6:5$</td><td></td><td>10</td></tr>
</table>

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
4	$f(x)=x^3-x^2+(a-6)x-3a$ とおくと $f(3)=0$ より，$f(x)$ は $x-3$ を因数にもつので $f(x)=(x-3)(x^2+2x+a)$ と表される。 $f(x)=0$ が重解をもつのは， 〔1〕　$x^2+2x+a=0$ が $x=3$ を解にもつ 〔2〕　$x^2+2x+a=0$ が重解をもつ のいずれかである。 〔1〕のとき $9+6+a=0$ より　$a=-15$ このとき，方程式は $(x-3)^2(x+5)=0$ となり，重解は $x=3$ 〔2〕のとき $\dfrac{D}{4}=0$ となればよいので　$1-a=0$　よって　$a=1$ このとき，方程式は $(x-3)(x+1)^2=0$ となり，重解は $x=-1$ したがって　$a=-15$　のとき重解は　$x=3$ 　　　　　　$a=1$　　のとき重解は　$x=-1$		16
5	$y=\dfrac{\log_3 \frac{x}{27}}{\log_3 \frac{1}{3}}(\log_3 9+\log_3 x)$ $=-(\log_3 x-\log_3 27)(2+\log_3 x)$ $=(-\log_3 x+3)(2+\log_3 x)$ $=-(\log_3 x)^2+\log_3 x+6$ $t=\log_3 x$ とおくと　$\dfrac{1}{3}\leqq x\leqq 27$ のとき　$-1\leqq t\leqq 3$ $y=-t^2+t+6$ $=-(t^2-t)+6$ $=-\left\{\left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\right\}+6$ $=-\left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{25}{4}$ したがって， $t=\dfrac{1}{2}$　すなわち　$x=\sqrt{3}$ のとき　最大値 $\dfrac{25}{4}$ をとり， $t=3$　すなわち　$x=27$ のとき　最小値 0 をとる。		16

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{6}$	等式の両辺を２乗すると $\lvert z-i\rvert^2=4\lvert z+2i\rvert^2$ $(z-i)\overline{(z-i)}=4(z+2i)\overline{(z+2i)}$ $(z-i)(\overline{z}+i)=4(z+2i)(\overline{z}-2i)$ $z\overline{z}+iz-i\overline{z}+1=4(z\overline{z}-2iz+2i\overline{z}+4)$ $3z\overline{z}-9iz+9i\overline{z}+15=0$ $z\overline{z}-3iz+3i\overline{z}+5=0$ $(z+3i)(\overline{z}-3i)=4$ $(z+3i)\overline{(z+3i)}=4$ $\lvert z+3i\rvert^2=4$ よって　$\lvert z+3i\rvert=2$ したがって，点z全体の表す図形は，点$-3i$を中心とする半径２の円である。		１６
$\boxed{7}$	x_nが平方数となるとき，k，r を負でない整数として， $7n+2=m^2$，$m=7k+r$　（$0\leqq r\leqq 6$）　とおける。 $7n+2=49k^2+14kr+r^2$ よって　$r^2-2=7(n-7k^2-2kr)$　…① したがって　r^2-2　は７の倍数であり， $0\leqq r\leqq 6$より，$r=3$，４の場合に限る。 〔１〕$r=3$のとき ①より　$n=7k^2+6k+1$ $1\leqq n\leqq 1000$だから　$1\leqq 7k^2+6k+1\leqq 1000$ kは負でない整数であるから　$k=0, 1, 2, \cdots\cdots, 11$ このとき，題意に適する12個のm^2が存在する。 〔２〕$r=4$のとき ①より　$n=7k^2+8k+2$ $1\leqq n\leqq 1000$だから　$1\leqq 7k^2+8k+2\leqq 1000$ kは負でない整数であるから　$k=0, 1, 2, \cdots\cdots, 11$ このとき，題意に適する12個のm^2が存在する。 〔１〕,〔２〕から，求めるm^2の個数は　$12+12=24$ したがって，24個		１８

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th>正　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th>配点</th></tr>
<tr><td>8</td><td>
$\angle \mathrm{BAC}=\theta$ とおくと，$0<\theta<\pi$　である。
点Oから辺ABに垂線OHを下ろすと
$\mathrm{AB}=2\mathrm{AH}=2\mathrm{OA}\cos\frac{\theta}{2}=4\cos\frac{\theta}{2}$
△ABCの面積をSとすると
$S=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\sin\theta$
$=\frac{1}{2}\left(4\cos\frac{\theta}{2}\right)^2\sin\theta$
$=4(1+\cos\theta)\sin\theta$
$S'=-4\sin^2\theta+4(1+\cos\theta)\cos\theta$
$=4(2\cos^2\theta+\cos\theta-1)$
$=4(2\cos\theta-1)(\cos\theta+1)$
$0<\theta<\pi$ において，$S'=0$ となるのは　$\theta=\frac{\pi}{3}$ のときである。
<table>
<tr><td>θ</td><td>0</td><td>…</td><td>$\frac{\pi}{3}$</td><td>…</td><td>π</td></tr>
<tr><td>S'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td></td></tr>
<tr><td>S</td><td></td><td>↗</td><td>$3\sqrt{3}$</td><td>↘</td><td></td></tr>
</table>
増減表から，$\theta=\frac{\pi}{3}$ のとき面積Sは最大となる。
このとき，最大値は　$3\sqrt{3}$
</td><td></td><td>18</td></tr>
<tr><td>9</td><td>
D，E，Fは，それぞれ辺OA，AB，OCの中点だから，
EP：PF$=k:(1-k)$　とすると
$\overrightarrow{\mathrm{DP}}=(1-k)\overrightarrow{\mathrm{DE}}+k\overrightarrow{\mathrm{DF}}=\frac{1-k}{2}\vec{b}+\frac{k}{2}(\vec{c}-\vec{a})$
$=-\frac{k}{2}\vec{a}+\frac{1-k}{2}\vec{b}+\frac{k}{2}\vec{c}$　…①
また，Pは平面BCD上にあるから
$\overrightarrow{\mathrm{DP}}=s\overrightarrow{\mathrm{DB}}+t\overrightarrow{\mathrm{DC}}$　（s，tは実数）
$=s\left(\vec{b}-\frac{\vec{a}}{2}\right)+t\left(\vec{c}-\frac{\vec{a}}{2}\right)$
$=-\frac{s+t}{2}\vec{a}+s\vec{b}+t\vec{c}$　…②
4点O，A，B，Cは同一平面上にないから，
①，②の係数を比較すると，
$-\frac{k}{2}=-\frac{s+t}{2}$　，　$\frac{1-k}{2}=s$　，　$\frac{k}{2}=t$
よって　$k=\frac{1}{2}$
したがって，①から　$\overrightarrow{\mathrm{DP}}=-\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$
</td><td></td><td>18</td></tr>
</table>

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th>正　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th>配点</th></tr>
<tr><td>10</td><td>△ABCの辺BCの中点Mから2辺AB，ACに垂線をひき，AB，ACとの交点をそれぞれP，Qとします。MP＝MQであるとき，△ABCは二等辺三角形であることを次のように証明しました。

<証明>
△BPMと△CQMにおいて
仮定より，∠BPM＝∠CQM＝90°　…①
BM＝CM　…②
MP＝MQ　…③
①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから，
△BPM≡△CQM
合同な図形では対応する角の大きさは等しいから，
∠PBM＝∠QCM
したがって，2つの角が等しいから，△ABCは二等辺三角形である。

点Pと点Qを結ぶとき，証明したことから，さらに分かることをいいなさい。</td><td>問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。</td><td>12</td></tr>
<tr><td>11</td><td>平均値だけで判断している生徒には，まず，平均値の特徴を振り返らせる。次に，他の代表値と比較させたり，全体の分布の状況を基に考えさせたりする。</td><td>内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>12</td></tr>
<tr><td>12</td><td>まず，表より$x=1$のとき$y=-12$であるが，点$(1,-12)$はグラフ上にないことを確認させ，誤りに気付かせる指導を行う。次に，比例定数は表の対応するxとyの値の積になることやグラフから比例定数の符号が判断できることなど，表とグラフを相互に関連付けて考えさせる指導を行う。</td><td>内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>12</td></tr>
<tr><td>13</td><td>・一人一人の生徒が様々な思考や創意工夫を行うことができ，意欲的な追究を継続することができるような課題
・一人一人の生徒がそれぞれの方法で結果を見通すことのできるような課題
・解決のために多様な数学的な見方や考え方が発揮されるような課題
・課題の解決だけにとどまらず，その解決を振り返り発展的に考えることができるような課題</td><td>2つ書かれていればよい。
内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>各6×2　12</td></tr>
</table>