高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答　〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{1}$	$\dfrac{4+2\sqrt{3}}{16-12}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$ $1<\sqrt{3}<2$より $3<2+\sqrt{3}<4$ $\dfrac{3}{2}<\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}<2$ よって　$a=1,\ b=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}-1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ したがって　$3a+5b-b^2=3\cdot1+5\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ $=3+\dfrac{5\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3}{4}$ $=\dfrac{12+10\sqrt{3}-3}{4}$ $=\dfrac{9+10\sqrt{3}}{4}$		10
$\boxed{2}$	1回目に初めて3の倍数の目が出る確率は　$\dfrac{1}{3}$ 2回目に初めて3の倍数の目が出る確率は　$\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{9}$ 6回とも3の倍数の目が出ない確率は　$\left(\dfrac{2}{3}\right)^6=\dfrac{64}{729}$ よって，求める確率は， $1-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{9}+\dfrac{64}{729}\right)=1-\dfrac{243+162+64}{729}$ $=1-\dfrac{469}{729}$ $=\dfrac{260}{729}$		10
$\boxed{3}$	等式の両辺を2乗すると $\lvert z-i\rvert^2=4\lvert z+2i\rvert^2$ $(z-i)\,(\overline{z-i})=4(z+2i)\,(\overline{z+2i})$ $(z-i)\,(\overline{z}+i)=4(z+2i)\,(\overline{z}-2i)$ $z\overline{z}+iz-i\overline{z}+1=4(z\overline{z}-2iz+2i\overline{z}+4)$ $3z\overline{z}-9iz+9i\overline{z}+15=0$ $z\overline{z}-3iz+3i\overline{z}+5=0$ $(z+3i)\,(\overline{z}-3i)=4$ $(z+3i)\,(\overline{z+3i})=4$ $\lvert z+3i\rvert^2=4$ よって　$\lvert z+3i\rvert=2$ したがって，点z全体の表す図形は，点$-3i$を中心とする半径2の円である。		15

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{4}$	$f(x)=x^3-x^2+(a-6)x-3a$ とおくと $f(3)=0$ より，$f(x)$ は $x-3$ を因数にもつので $f(x)=(x-3)(x^2+2x+a)$ と表される。 $f(x)=0$ が重解をもつのは， 〔1〕　$x^2+2x+a=0$ が $x=3$ を解にもつ 〔2〕　$x^2+2x+a=0$ が重解をもつ のいずれかである。 〔1〕のとき $9+6+a=0$ より　$a=-15$ このとき，方程式は $(x-3)^2(x+5)=0$ となり，重解は　$x=3$ 〔2〕のとき $\frac{D}{4}=0$ となればよいので　$1-a=0$　よって　$a=1$ このとき，方程式は $(x-3)(x+1)^2=0$ となり，重解は　$x=-1$ したがって　$a=-15$　のとき重解は　$x=3$ $a=1$　のとき重解は　$x=-1$		15
$\boxed{5}$	$y=\dfrac{\log_3 \frac{x}{27}}{\log_3 \frac{1}{3}}(\log_3 9+\log_3 x)$ $=-(\log_3 x-\log_3 27)(2+\log_3 x)$ $=(-\log_3 x+3)(2+\log_3 x)$ $=-(\log_3 x)^2+\log_3 x+6$ $t=\log_3 x$ とおくと　$\frac{1}{3}\leqq x\leqq 27$ のとき　$-1\leqq t\leqq 3$ $y=-t^2+t+6$ $=-(t^2-t)+6$ $=-\left\{\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}+6$ $=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ したがって， $t=\frac{1}{2}$　すなわち　$x=\sqrt{3}$ のとき　最大値 $\frac{25}{4}$ をとり， $t=3$　すなわち　$x=27$ のとき　最小値 0 をとる。		15
$\boxed{6}$	$-2\overrightarrow{AP}+3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP})+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}=\vec{0}$ $-2\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}=\vec{0}$ $6\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AP}=\dfrac{3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{6}$ $\overrightarrow{AP}=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{1+3}$ よって，辺BCを $1:3$ に内分する点をDとすると， 点Pは線分ADを $2:1$ に内分する点である。 したがって， △PABの面積は　$7\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{7}{6}$		15

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{7}$	$128x+37y=1$　…①とする。 128と37に互除法の計算を行うと， $128=37\cdot3+17$，$37=17\cdot2+3$，$17=3\cdot5+2$，$3=2\cdot1+1$ より， $1=3-2\cdot1$ $=3-(17-3\cdot5)\cdot1$ $=3\cdot6-17$ $=(37-17\cdot2)\cdot6-17$ $=37\cdot6-17\cdot13$ $=37\cdot6-(128-37\cdot3)\cdot13$ $=128\cdot(-13)+37\cdot45$ となり $128\cdot(-13)+37\cdot45=1$　…② ①−②より　$128(x+13)+37(y-45)=0$ $128(x+13)=-37(y-45)$　…③ 128と37は互いに素であるから　$x+13$ は37の倍数 よって　$x+13=37k$　(k は整数)と表され， このとき③より　$y-45=-128k$ となる。 ①の整数解が $x=37k-13$，$y=-128k+45$　(k は整数) となることから x が2桁の自然数となるのは　$k=1,2,3$ のときである。 したがって，求める整数解は $(x,y)=(24,-83)$，$(61,-211)$，$(98,-339)$		15
$\boxed{8}$	針金の両端をA，Bとする。面積を S とする。 ABを弧とする円の半径を r，弧ABの中心角を 2θ とおくと $r\cdot2\theta=20$ より　$r=\dfrac{10}{\theta}$　…① 〔1〕　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき $S=\dfrac{1}{2}r^2\cdot2\theta-\dfrac{1}{2}r^2\sin2\theta=r^2\theta-\dfrac{1}{2}r^2\sin2\theta$ 〔2〕　$\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta<\pi$ のとき $S=\dfrac{1}{2}r^2\cdot2\theta+\dfrac{1}{2}r^2\sin(2\pi-2\theta)=r^2\theta-\dfrac{1}{2}r^2\sin2\theta$ 〔1〕，〔2〕　より，①を用いて $S=r^2\theta-\dfrac{1}{2}r^2\sin2\theta=\dfrac{50(2\theta-\sin2\theta)}{\theta^2}$　$(0<\theta<\pi)$ $\dfrac{dS}{d\theta}=50\cdot\dfrac{(2-2\cos2\theta)\cdot\theta^2-(2\theta-\sin2\theta)\cdot2\theta}{\theta^4}$ $=100\cdot\dfrac{\sin2\theta-\theta(\cos2\theta+1)}{\theta^3}$ $=\dfrac{200\cos\theta(\sin\theta-\theta\cos\theta)}{\theta^3}$ $f(\theta)=\sin\theta-\theta\cos\theta$ とおくと　$f'(\theta)=\theta\sin\theta>0$ となり $f(\theta)$ は　$0\leqq\theta\leqq\pi$ で単調に増加する。 このことと　$f(0)=0$ から　$0<\theta<\pi$ のとき　$f(\theta)>0$ よって　$\dfrac{dS}{d\theta}$ の符号は　$0<\theta<\pi$　において $\cos\theta$ の符号と一致する。 したがって　S は　$\theta=\dfrac{\pi}{2}$　で極大かつ最大となり 最大値は　$\dfrac{200}{\pi}$　cm^2		15

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

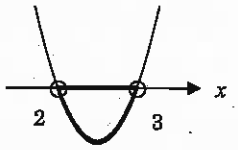
<table>
<tr><th>問題番号</th><th colspan="2">正　　答　〔例〕</th><th>採 点 上 の 注 意</th><th colspan="2">配　点</th></tr>
<tr><td>9</td><td colspan="2">△ABCにおいてBから直線ADに垂線BHを下ろす。
△ACDを底面としたとき，四面体BACDの体積が最大となるのはBH⊥平面ACDのときで，その高さはBHに等しい。
△ACDの面積は　$\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1\cdot \sin 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{4}$　…①
△ABDの面積は　$\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\cdot \sin 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{2}$　…②
また　△ABDにおいて，余弦定理より
$AD^2=9+4-2\cdot 3\cdot 2\cdot \cos 60^\circ=7$
$AD>0$より　$AD=\sqrt{7}$
よって　△ABDの面積は　$\frac{\sqrt{7}}{2}BH$
②より　$\frac{\sqrt{7}}{2}BH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$
よって　$BH=\frac{3\sqrt{21}}{7}$　…③
したがって，体積の最大値は，①，③より
$\frac{1}{3}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{3\sqrt{21}}{7}=\frac{9\sqrt{7}}{28}$</td><td></td><td colspan="2">１５</td></tr>
<tr><td rowspan="2">10</td><td>（ア）</td><td>$A(a,0)$，$B(b,0)$，$C(0,c)$とおいても一般性を失わない。
ただし　$abc\neq 0$　かつ　$a\neq b$
直線BCの傾きは$-\frac{c}{b}$であるから，点Aを通り直線BCに垂直な直線の方程式は　$y=\frac{b}{c}(x-a)$　すなわち
$y=\frac{b}{c}x-\frac{ab}{c}$　…①
直線ACの傾きは$-\frac{c}{a}$であるから，点Bを通り直線ACに垂直な直線の方程式は　$y=\frac{a}{c}(x-b)$　すなわち
$y=\frac{a}{c}x-\frac{ab}{c}$　…②
①，②より，点Hの座標は$\left(0,-\frac{ab}{c}\right)$
点C，点Hはy軸上に，点A，点Bはx軸上にあるので，
CH⊥AB</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">各
１５
×
２</td><td rowspan="2">３０</td></tr>
<tr><td>（イ）</td><td>$\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}$　から　$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$　　$\overrightarrow{AH}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=0$
$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}$　…①
$\overrightarrow{BH}\perp\overrightarrow{CA}$から　$\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{CA}=0$　　$-(\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AB})\cdot\overrightarrow{AC}=0$
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}$　…②
①，②より
$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AB}$
$=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$
$=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}=0$
$\overrightarrow{CH}\neq\vec{0}$，$\overrightarrow{AB}\neq\vec{0}$　であるから　$\overrightarrow{CH}\perp\overrightarrow{AB}$
したがって　CH⊥AB</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th>正　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配点</th></tr>
<tr><td colspan="2">11</td><td>直接測ることのできない木の高さを三角比を活用して測る方法を述べなさい。</td><td>問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。</td><td colspan="2">１０</td></tr>
<tr><td rowspan="2">12</td><td>（１）</td><td>二次不等式　$(x-2)(3-x)>0$　の両辺に -1 をかけると
$(x-2)(x-3)<0$

二次方程式　$(x-2)(x-3)=0$　を解くと
$x=2,3$

よって，この二次不等式の解は
$2<x<3$
</td><td>内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>５</td><td rowspan="2">１５</td></tr>
<tr><td>（２）</td><td>求めた不等式の解のうち，具体的な x の値が与えられた不等式を満たすかどうかについて，実際に代入して確認させ，解の誤りに気付かせる指導を行う。さらに，二次関数のグラフと x 軸との位置関係から二次不等式の解の意味を説明させ，グラフを活用することのよさを認識させる指導を行う。</td><td>内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>１０</td></tr>
<tr><td colspan="2">13</td><td>数学Ｂ　数列　における指導の例

まず，３項からなる等差数列の例をいくつかあげさせる。
次に，これらに共通する性質について考えさせる。
第２項を２倍したものは，初項と第３項の和に等しいことに気付かせる。
そして，この性質が，他の等差数列でも成り立つかどうか考えさせる。
さらに，この性質が一般的に成り立つことを示すためにはどうしたらよいか考えさせ，数列 a,b,c が等差数列ならば　$2b=a+c$ が成り立つことを証明させる。
最後に，逆は成り立つかどうか，あるいは，等差数列以外の数列には，どのような性質があるのかについて考えさせる。</td><td>問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。</td><td colspan="2">２０</td></tr>
</table>