中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　答〔例〕	採点上の注意	配点	
1	(1)	$(a+b+c)^2-(b+c-a)^2+(c+a-b)^2-(a+b-c)^2$ $=(2b+2c)\cdot 2a+2a\cdot(2c-2b)$ $=2a(2b+2c+2c-2b)$ $=8ac$		10	20
	(2)	x^4+3x^2+4 $=x^4+4x^2+4-x^2$ $=(x^2+2)^2-x^2$ $=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$		10	
2		「３枚の番号の積が偶数である」という事象は，「３枚の番号の積が奇数である」という事象の余事象である。 ３枚の番号の積が奇数となるのは，３枚とも奇数の番号札を引くときである。 引いた番号札が３枚とも奇数である確率は $\dfrac{{}_5C_3}{{}_9C_3}=\dfrac{10}{84}=\dfrac{5}{42}$ よって，求める確率は $1-\dfrac{5}{42}=\dfrac{37}{42}$		10	
3	(1)	△ABCにおいて $\angle BAC=180°-(75°+60°)=45°$ 正弦定理により　$\dfrac{AB}{\sin 60°}=\dfrac{50}{\sin 45°}$ よって，$AB=\dfrac{50}{\sin 45°}\cdot\sin 60°=25\sqrt{6}$		10	20
	(2)	$\angle BDC=45°$であるから，△BCDは直角二等辺三角形 よって，$BD=50\sqrt{2}$ △ABDにおいて，$\angle ABD=75°-45°=30°$ 余弦定理により $AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cos\angle ABD$ $=(25\sqrt{6})^2+(50\sqrt{2})^2-2\cdot 25\sqrt{6}\cdot 50\sqrt{2}\cdot\cos 30°$ $=25^2\left\{(\sqrt{6})^2+(2\sqrt{2})^2-2\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ $=25^2(6+8-12)$ $=25^2\cdot 2$ $AD>0$　より　$AD=25\sqrt{2}$		10	

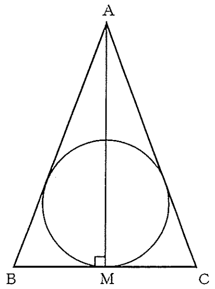
中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{4}$	Nの素因数にはpと７以外はないから，a，bを自然数として $N=p^a\cdot 7^b$　と表される。 Nの正の約数が８個あるから　$(a+1)(b+1)=8$ 〔１〕$a+1=2$，$b+1=4$　すなわち　$a=1$，$b=3$　のとき 正の約数の総和が120であるから $(1+p)(1+7+7^2+7^3)=120$ $p=-\frac{280}{400}=-\frac{7}{10}$ これは素数ではないから不適 〔２〕$a+1=4$，$b+1=2$　すなわち　$a=3$，$b=1$　のとき 正の約数の総和が120であるから $(1+p+p^2+p^3)(1+7)=120$ $p^3+p^2+p=14$ $p(p^2+p+1)=14$ 14の正の約数は１，２，７，14で，pは素数であるから これを満たすpの値は，$p=2$ このとき，$N=2^3\cdot 7^1=56$ 〔１〕,〔２〕より，$p=2$，$N=56$		１６
$\boxed{5}$	$y=x^3-8x+10$　より　$y'=3x^2-8$ 接点のx座標をtとすると $t^3-8t+10=4t+a$　…① $3t^2-8=4$　…② が成り立つ。 ②より　$t^2=4$　よって　$t=\pm 2$ ①より　$a=t^3-12t+10$ $t=2$　のとき　$a=-6$（$a<0$を満たす） $t=-2$　のとき　$a=26$（$a<0$を満たさない） したがって，$a=-6$ このとき，$x^3-8x+10=4x-6$　とすると $x^3-12x+16=0$　すなわち，$(x-2)^2(x+4)=0$ よって，曲線と直線の共有点のx座標は，-4, 2 求める面積をSとすると $S=\int_{-4}^{2}\left\{(x^3-8x+10)-(4x-6)\right\}dx$ $=\int_{-4}^{2}(x^3-12x+16)\,dx$ $=\left[\frac{x^4}{4}-6x^2+16x\right]_{-4}^{2}$ $=108$		１６

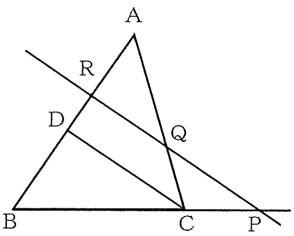
中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{6}$	直円錐の頂点をA，底面の中心をMとすると，AとMを通る平面で直円錐を切ったときの切り口の図形は図のようになる。 △ABMは直角三角形なので $AB=\sqrt{8^2+(2\sqrt{2})^2}$ $=6\sqrt{2}$ 球Oの半径をr，△ABCの面積をSとすると $S=\frac{1}{2}r(AB+BC+CA)$ より $\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 8=\frac{1}{2}r\left(6\sqrt{2}+4\sqrt{2}+6\sqrt{2}\right)$ よって，$r=2$ したがって，球Oの体積は，$\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3=\frac{32}{3}\pi$  		16
$\boxed{7}$	$f(x)=x^2-2ax+a+1$ とおく。 〔1〕$f(0)=0$ のとき，すなわち，$a=-1$　のとき $f(x)=0$ は，$x^2+2x=0$ $x(x+2)=0$　$x=0,-2$　$0<x<3$　に解をもたない。 よって，$a=-1$　は題意を満たさない。 〔2〕$f(3)=0$ のとき，すなわち，$a=2$　のとき $f(x)=0$ は，$x^2-4x+3=0$ $(x-3)(x-1)=0$　$x=1,3$　$0<x<3$　に　解 $x=1$　をもつ。 よって，$a=2$　は適する。 〔3〕$f(0)$ と $f(3)$ が異符号のとき $f(0)\cdot f(3)<0$ $(a+1)(10-5a)<0$ $(a+1)(5a-10)>0$ $a<-1,\ 2<a$ 〔1〕～〔3〕より，$a<-1,\ 2\leqq a$		18

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{8}$	$2^x+2^{-x}=t$ とおくと $4^x+4^{-x}=(2^x+2^{-x})^2-2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}=t^2-2$ また，$2^x>0$，$2^{-x}>0$　であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により $2^x+2^{-x}\geqq 2\sqrt{2^x\cdot 2^{-x}}$ よって，$2^x+2^{-x}\geqq 2$ 等号が成り立つのは，$2^x=2^{-x}$　のとき，すなわち，$x=0$ のときである。 このとき $y=2(t^2-2)-6t+9=2\left(t-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}$ $t\geqq 2$ であるから $t=2$ のとき，y は最小値1をとる。 $t=2$ のとき，すなわち，$2^x=2^{-x}$　のとき，$x=0$ したがって，$x=0$　のとき，y は最小値1をとる。		１８
$\boxed{9}$	頂点Cを通り，３点P，Q，Rを通る直線に平行な直線と辺ABとの交点をDとすると，平行線と線分の比の関係から $\dfrac{BP}{PC}=\dfrac{BR}{RD}$，$\dfrac{CQ}{QA}=\dfrac{DR}{RA}$ よって $\dfrac{AR}{RB}\cdot\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}$ $=\dfrac{AR}{RB}\cdot\dfrac{BR}{RD}\cdot\dfrac{DR}{RA}$ $=1$  		１８
$\boxed{10}$	500 円の収入を＋500 円と表すことにすれば，－300 円はどんなことを表していますか。	問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。	１２
$\boxed{11}$	作図の手順を一方的に与えるのではなく，図形の対称性に着目したり，図形を決定する要素に着目したりして，自分で作図の手順を考えるなど作図の過程について考えさせ，自分なりの言葉で説明させる。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１２

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th>正　答〔例〕</th><th>採 点 上 の 注 意</th><th>配 点</th></tr>
<tr><td>12</td><td>まず，$0.08x$ 及び $0.05y$ の意味を確認する。そして，「$0.08x-0.05y$」という式は，男女の昨年度と今年度の入学者数の増減を表していることを生徒に理解させ，右辺の「184」は，今年度の入学者数の合計であるので等式が成り立たないことを確認する。次に，問題文に示されている情報を次のような表に整理した上で，相等関係にあるものを見いだす活動を取り入れ，今年度の入学者数を表す式を考えさせる指導を行う。
〔人〕
<table>
<tr><th></th><th>男子</th><th>女子</th><th>合計</th></tr>
<tr><td>昨年度</td><td>x</td><td>y</td><td>180</td></tr>
<tr><td>人数の増減</td><td>$+0.08x$</td><td>$-0.05y$</td><td>$+4$</td></tr>
<tr><td>今年度</td><td>$1.08x$</td><td>$0.95y$</td><td>184</td></tr>
</table></td><td>内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>１２</td></tr>
<tr><td>13</td><td>一次関数 $y=ax+b$ について，b の値を固定し a の値を変化させる，あるいは a の値を固定し b の値を変化させることによってグラフの変化の様子を考察する。</td><td>問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。</td><td>１２</td></tr>
</table>