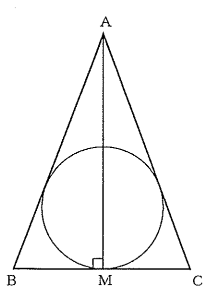
高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　答〔例〕	採点上の注意	配　点	
1	（１）	$(a+b+c)^2-(b+c-a)^2+(c+a-b)^2-(a+b-c)^2$ $=(2b+2c)\cdot 2a+2a\cdot(2c-2b)$ $=2a(2b+2c+2c-2b)$ $=8ac$		5	１０
	（２）	x^4+3x^2+4 $=x^4+4x^2+4-x^2$ $=(x^2+2)^2-x^2$ $=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$		5	
2		３の倍数であるのは，各位の数の和が３の倍数のときである。 〔１〕０を含むとき ３個の数の和が３の倍数になる組は {０，１，２}，{０，１，５}，{０，２，４}，{０，４，５}の４通りである。 したがって，できる３桁の整数は $2\times 2!\times 4=16$　すなわち，16 個 〔２〕０を含まないとき ３個の数の和が３の倍数になる組は {１，２，３}，{１，３，５}，{２，３，４}，{３，４，５}の４通りである。 したがって，できる３桁の整数は $3!\times 4=24$　すなわち，24 個 〔１〕，〔２〕より，３の倍数となるものの総数は $16+24=40$　すなわち，40 個		１５	
3		直円錐の頂点をＡ，底面の中心をＭとすると，ＡとＭを通る平面で直円錐を切ったときの切り口の図形は図のようになる。 △ABM は直角三角形なので $\mathrm{AB}=\sqrt{8^2+(2\sqrt{2})^2}$ $=6\sqrt{2}$ 球Ｏの半径を r，△ABC の面積をＳとすると $\mathrm{S}=\frac{1}{2}r(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA})$ より $\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 8=\frac{1}{2}r\left(6\sqrt{2}+4\sqrt{2}+6\sqrt{2}\right)$ よって，$r=2$ したがって，球Ｏの体積は，$\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3=\frac{32}{3}\pi$  		１５	

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
4	$f(x)=x^2-2ax+a+1$ とおく。 〔１〕 $f(0)=0$ のとき，すなわち，$a=-1$　のとき $f(x)=0$ は，$x^2+2x=0$ $x(x+2)=0$　$x=0\,,-2$　$0<x<3$　に解をもたない。 よって，$a=-1$　は題意を満たさない。 〔２〕 $f(3)=0$ のとき，すなわち，$a=2$　のとき $f(x)=0$ は，$x^2-4x+3=0$ $(x-3)(x-1)=0$　$x=1,3$　$0<x<3$　に　解 $x=1$　をもつ。 よって，$a=2$　は適する。 〔３〕 $f(0)$ と $f(3)$ が異符号のとき $f(0)\cdot f(3)<0$ $(a+1)(10-5a)<0$ $(a+1)(5a-10)>0$ $a<-1\,,2<a$ 〔１〕～〔３〕より，$a<-1\,,2\leqq a$		１５
5	$2^x+2^{-x}=t$ とおくと $4^x+4^{-x}=(2^x+2^{-x})^2-2\cdot 2^x\cdot 2^{-x}=t^2-2$ また，$2^x>0$，$2^{-x}>0$　であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により $2^x+2^{-x}\geqq 2\sqrt{2^x\cdot 2^{-x}}$ よって，$2^x+2^{-x}\geqq 2$ 等号が成り立つのは，$2^x=2^{-x}$　のとき，すなわち，$x=0$　のときである。 このとき $y=2(t^2-2)-6t+9=2\left(t-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$ $t\geqq 2$ であるから $t=2$ のとき，y は最小値1をとる。 $t=2$ のとき，すなわち，$2^x=2^{-x}$　のとき，$x=0$ したがって，$x=0$　のとき，y は最小値1をとる。		１５
6	$\triangle$ABCにおいて $\mathrm{AB}=c,\ \mathrm{BC}=a,\ \mathrm{CA}=b$ とおく。 $\triangle$ABCの外接円の半径を R とおく。 正弦定理，余弦定理より $\dfrac{b}{2R}\cdot\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{a}{2R}$ $a^2+b^2-c^2=2a^2$ $a^2+c^2=b^2$ したがって，$\triangle$ABC　は $B=90°$　の直角三角形である。		１５

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{7}$	２つの整数 j $(1 \leqq j \leqq 8)$，k $(1 \leqq k \leqq 8)$ に対し 各位の数がすべて５である $j+1$ 桁の数を　a_j 各位の数がすべて３である k 桁の数を　b_k　とおく。 このとき，与えられた自然数は，$a_j - b_k$　$(j \geqq k)$　で表される。 ここで，$a_1, a_2, \cdots, a_8$ を７で割った余りはそれぞれ 　６，２，４，３，０，５，６，２ ここで，$b_1, b_2, \cdots, b_8$ を７で割った余りはそれぞれ 　３，５，４，１，６，０，３，５　であるから $a_j - b_k$　$(j \geqq k)$　のうち，７で割って余りが０となるものは $a_3 - b_3 = 5222$ $a_4 - b_1 = 55552$ $a_6 - b_2 = 5555522$ $a_7 - b_5 = 55522222$ したがって，$5222, 55552, 5555522, 55522222$		１５
$\boxed{8}$	２つの曲線　$y = \sin x$　と　$y = \cos x$　の交点の x 座標は，方程式　$\sin x = \cos x$　の解である。 $0 \leqq x \leqq \pi$　の範囲において，これを解くと，$x = \dfrac{\pi}{4}$ また，$y = \cos x$　を x 軸に関して対称移動すると，$y = -\cos x$ ２つの曲線　$y = \sin x$　と　$y = -\cos x$　の交点の x 座標は，方程式　$\sin x = -\cos x$　の解である。 $0 \leqq x \leqq \pi$　の範囲において，これを解くと，$x = \dfrac{3}{4}\pi$ 求める体積をＶとすると $\mathrm{V} = 2\left(\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\,dx - \pi\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\,dx\right) + 2\left(\pi\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{4}\pi} \sin^2 x\,dx\right)$ $= 2\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\cos^2 x - \sin^2 x\right)dx + 2\pi\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{4}\pi} \sin^2 x\,dx$ $= 2\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x\,dx + \pi\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{4}\pi} (1 - \cos 2x)\,dx$ $= 2\pi\left[\dfrac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}} + \pi\left[x - \dfrac{1}{2}\sin 2x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{4}\pi}$ $= \pi(1-0) + \pi\left(\dfrac{3}{4}\pi + \dfrac{1}{2} - \dfrac{\pi}{2}\right)$ $= \dfrac{\pi}{4}(\pi + 6)$		１５

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th colspan="2">正　　答　〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配　点</th></tr>
<tr><td>$\boxed{9}$</td><td colspan="2">$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。
このとき
$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\frac{1}{3}\vec{a}$
$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\frac{3\overrightarrow{\mathrm{OB}}+5\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{5+3}=\frac{5}{24}\vec{a}+\frac{3}{8}\vec{b}$
$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}}{2}=\frac{5}{48}\vec{a}+\frac{3}{16}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$
点Pは直線OF上にあるから，k を実数とすると
$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=k\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\frac{5}{48}k\vec{a}+\frac{3}{16}k\vec{b}+\frac{1}{2}k\vec{c}$
また，点Pは平面ABC上にあるから
$\frac{5}{48}k+\frac{3}{16}k+\frac{1}{2}k=1$　より，　$k=\frac{24}{19}$
よって，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{24}{19}\overrightarrow{\mathrm{OF}}$
したがって，$\mathrm{OF}:\mathrm{FP}=19:5$</td><td></td><td colspan="2">15</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$\boxed{10}$</td><td>(ア)</td><td>直線ABの方程式は，　$y=-3x-1$　…①
直線ACの方程式は，　$y=2x-6$　…②
2直線①，②と x 軸の正の向きとのなす角を，それぞれ θ_1,θ_2 とすると，$\theta=\theta_1-\theta_2$
また，$\tan\theta_1=-3,\tan\theta_2=2$　より
$\tan(\theta_1-\theta_2)=\frac{\tan\theta_1-\tan\theta_2}{1+\tan\theta_1\tan\theta_2}$
$=\frac{-3-2}{1-6}$
$=1$
$0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$　より，$\theta=\frac{\pi}{4}$</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">各
10
×
3</td><td rowspan="3">30</td></tr>
<tr><td>(イ)</td><td>$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(1,-3)$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(2,4)$　より
$\lvert\overrightarrow{\mathrm{AB}}\rvert=\sqrt{10}$，$\lvert\overrightarrow{\mathrm{AC}}\rvert=2\sqrt{5}$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=-10$
また，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\lvert\overrightarrow{\mathrm{AB}}\rvert\lvert\overrightarrow{\mathrm{AC}}\rvert\cos\angle\mathrm{BAC}$　より
$-10=\sqrt{10}\times2\sqrt{5}\times\cos\angle\mathrm{BAC}$
$\cos\angle\mathrm{BAC}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$0\leqq\angle\mathrm{BAC}\leqq\pi$　より，$\angle\mathrm{BAC}=\frac{3}{4}\pi$
したがって，$\theta=\pi-\angle\mathrm{BAC}=\frac{\pi}{4}$</td></tr>
<tr><td>(ウ)</td><td>複素数 α,β,γ について
$\alpha=1-4i,\beta=2-7i,\gamma=3$ とする。
3点 $\mathrm{A}(\alpha),\mathrm{B}(\beta),\mathrm{C}(\gamma)$ に対して
$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\frac{2+4i}{1-3i}$
$=-1+i$
$=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$
よって，$\angle\mathrm{BAC}=\frac{3}{4}\pi$
したがって，$\theta=\pi-\angle\mathrm{BAC}=\frac{\pi}{4}$</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="2">正　　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配点</th></tr>
<tr><td colspan="2">11</td><td colspan="2">２つの自然数の和，差，積，商のうち，自然数とは限らないものはどれですか。例を挙げて答えなさい。</td><td>問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。</td><td colspan="2">１０</td></tr>
<tr><td rowspan="2">12</td><td>（１）</td><td colspan="2">円　$(x-1)^2+(y+2)^2=25$　の中心をＣとする。
このとき，$\mathrm{C}\,(1\,,-2)$ であり
直線CAの傾きは，$\dfrac{1-(-2)}{-3-1}=-\dfrac{3}{4}$
求める接線lは，半径CAに垂直であるから
接線lの傾きは，$\dfrac{4}{3}$ となり
その方程式は，　$y-1=\dfrac{4}{3}(x+3)$
したがって，　$y=\dfrac{4}{3}x+5$</td><td>内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>5</td><td rowspan="2">１５</td></tr>
<tr><td>（２）</td><td colspan="2">$-3x+y=25$　に，$x=-3$　を代入すると，$y=16$　であることを確認させ，接線l上に点Ａが存在しないことに気付かせる指導を行う。さらに，中心が原点である円上の点における接線の方程式とその導き方を確認させ，中心が原点でない場合も同様の導き方で接線の方程式を求めることができることを理解させる指導を行う。</td><td>内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td>１０</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">13</td><td>数学のよさ</td><td>不確定なものを数量的にとらえる数学の考え方</td><td rowspan="2">数学のよさと指導の例がともに合っているものだけを正答とする。
問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。</td><td colspan="2" rowspan="2">１５</td></tr>
<tr><td>指導の例</td><td>当たりくじが３本入っている 10 本のくじがある。このくじをはじめにＡが１本引いた後で，Ｂが１本引く。ただし，引いたくじはもとに戻さないものとする。このとき，ＡとＢはどちらが有利か判断させ，その理由を説明させる。</td></tr>
</table>