小学校

算数科の事例

【考え・基礎知識】
円周の長さは，円の直径（半径）と円周率で求めることができる。

⇒

【つながり】
教室の１辺を直径として円周の長さを求めるなど解決に必要な情報を集め，課題を解決することができる。

⇒

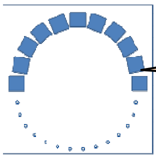
【応用・ひろがり】
既習の解決方法に基づいて，日常生活の中で算数を活用して課題を解決することができる。

◇ **学年**　第５学年
◇ **単元名**　正多角形と円
◇ **単元の目標**　観察や構成などの活動を通して，正多角形の意味や性質について理解するとともに，円周率の意味や直径，円周，円周率の関係について理解し，それらを用いることができるようにする。

時	主な学習活動
１～４	・正多角形の意味について理解する。 ・正三角形の辺の長さと角の大きさに着目し，正六角形がかける理由を説明する。
５～８	・およその円周の長さの求め方を考え，説明する。 ・公式を使って，円周の長さや半径や直径の長さを求める。 ・直径の長さと円周の長さの変わり方を見いだす。
９～11	**・教室やいすを正方形とみなし，教室の１辺を直径として円周の長さを求め，いすの数とその求め方を説明する。　⟶ 本時** ・身の回りの円の形をしたものの直径の長さを求める。

直径の長さと円周の長さとの間に何か関係がありそうだと気付かせる。

◇ **本時の目標**　教室やいすを正方形とみなし，教室の１辺を直径として円周の長さを求め，いすの数とその求め方を説明できる。
◇ **学習の流れ**　（９時間目/全 11 時間）

学習活動	指導上の留意事項（◇） **◆「努力を要する」状況と判断した児童への指導の手立て**	評価規準〔観点〕（評価方法）
１　課題を発見する。 ・新１年生を招待して，教室でフルーツバスケットをすることになりました。 下の図のように，いすを円になるように並べます。 合計人数は，70 人です。全員が円になって座ることができるだろうか。 	**新１年生を招待してレクレーションをする等，児童にとって身近な場面を設定する。** **いすを並べると円にはならないが，円とみなし，算数を日常の事象と結び付ける活動を意図的に設定する。**	
２　見通しをもたせる。 ・並べることができる。自分たちが前にいすを並べたときは，すき間があった。 ・並べられない。70 人は無理だと思う。 **３　本時のめあてを確認する。** **70 人が円になって，いすに座れるかどうかを説明しよう。**	**円周の長さを用いて解決することは，児童自身から引き出すよう工夫する。**	
４　情報を収集し，解決方法を考える。 ・円周の長さに着目すると解決できる。（教室の１辺の長さは？　教室の形は？…）	**情報を一方的に与えるのではなく，児童自身に考えさせる場を設定する。** ◆円の中心，半径，直径などの用語を確認させる。	
５　円周の長さからいすの数を求める方法を考える。 Ａ：教室の１辺の長さが８ｍなので，直径が８ｍとすると，円周は８×3.14＝25.12 となる。 Ａ：いすの１辺の長さが 40 ㎝なので，2512÷40＝62.8 となる。 Ａ：１辺が何ｍの教室なら 70 人全員が座れたのだろうか。 **新たな疑問を持ち，解決できるように仕組む。**	**解決を振り返り，現実場面との誤差等を考えさせる。**	・円周の長さを求め，いすの数とその求め方を説明している。〔数学的な考え方〕（ノート）
６　本時のまとめを行う。 **児童のまとめ例** ・教室やいすを正方形，いすの並びを円とみなし，直径などを使って，計算すると約 63 脚しか並べられない。身近な問題を算数の問題として解決することができた。		
７　本時を振り返り，次時につなげる。 ・日常生活の中で算数とみなすことによって問題場面の設定や条件整理ができ，解決することができそうだ。	**算数で学習したことが生活や学習の様々な場面で活用されていることを実感させる。**	

中学校

数学科の事例

【考え・基礎知識】
おうぎ形の弧の長さや面積を求めることができる。

→

【つながり】
おうぎ形の弧の長さや面積の求め方を説明することができる。

→

【応用・ひろがり】
観察，操作，実験を通して，図形に対する直観的な知識・技能を習得し，新たな問題場面においてそれらを活用することができる。

◇　**学年**　　第１学年
◇　**単元名**　空間図形
◇　**単元の目標**　おうぎ形の弧の長さと面積並びに基本的な柱体，錐体及び球の表面積と体積を求めることができる。

時	主な学習活動
１～２	・角錐や円錐の展開図を理解する。 ・円の面積や円周の長さを，文字πを用いて表す。 **・おうぎ形の弧の長さや面積の求め方を理解する。⟶　本時**
３～５	・展開図を基にして，角柱や円柱の表面積を求める。 ・展開図及びおうぎ形の性質や面積の求め方を基にして，円錐の側面積や表面積を求める。 ・観察・実験などを基にして，柱体や錐体の体積の求め方を理解する。
６～８	・観察・実験などを基にして，球の表面積や体積の求め方を理解する。 ・公式を利用して球の表面積や体積を求める。

公式を暗記させるだけでなく，意図的に用いさせることで，技能を習得させる。

◇　**本時の目標**　おうぎ形の弧の長さと面積の求め方を基に，どのおうぎ形の面積が大きいか説明できる。
◇　**学習の流れ**　（２時間目/全８時間）

学習活動	指導上の留意事項（◇） **◆「努力を要する」状況と判断した生徒への指導の手立て**	評価規準〔観点〕（評価方法）
1　課題を発見する。 ・半径 12 ㎝，中心角 60°のおうぎ形をしたピザの半径と中心角を２倍もしくは 1/2 倍したときの大きさを比較する	**半径と中心角のどちらかを２倍して，もう片方を 1/2 倍するという設定で同じ面積になりそうだと感じさせる。**	

ピザを買うためにお店に行くと，その日は，いつも買うピザの他に，Ａ・Ｂの２種類のピザを売っていました。一番大きなピザを選びたいと思います。みなさんなら，どのピザを選びますか。

①いつものピザ

②Ａのピザ
（いつものピザの半径を２倍，
中心角を 1/2 倍）

③Ｂのピザ
（いつもの半径を 1/2 倍，
中心角を２倍）

2　予想する。 ・ＡのピザもＢのピザも半径や中心角を２倍及び 1/2 倍しているから，いつものピザと同じ大きさになると思う。	◇ここでは，②と③の図は見せない。 ◆おうぎ形の面積の求め方を想起させる。	
3　本時のめあてを確認する。 どのピザが一番大きいか，説明をしよう。		
4　おうぎ形の面積を求める方法を基に，3種類のピザの大きさを比較する。 ①$12\times12\times\pi\times60/360=24\pi$ (㎠) ②$24\times24\times\pi\times30/360=48\pi$ (㎠) ③$6\times6\times\pi\times120/360=12\pi$ (㎠) ・どうして，３種類のピザの大きさについて，差があるのか式や言葉で説明する。	◆残りの２種類の図を基に考えさせる。  **予想となぜ違うのか公式を基に考えさせる。** ◇数学的な表現を的確に用いさせ，説明させる。	・おうぎ形の面積の公式を基に，ピザの大きさの違いを説明できる。〔数学的な見方・考え方〕 （ノート）
5　本時のまとめを行う。		

生徒のまとめ例
・おうぎ形の面積を求める方法は，半径を２回かけているので，半径が長いおうぎ形の面積が一番大きくなることが分かった。

6　本時を振り返り，次時につなげる。 ・わかったこと，新たに疑問に思ったことなどを記述する。 ・弧の長さは変わるのかを考えさせ，なぜ変わらないのかを説明させる。	**新たな疑問を投げかけ，思考を深めさせる。** **面積は変わるのに，弧の長さがなぜ変わらないのかを考えさせることで，面積と弧の長さの求め方の公式の違いに気付かせる。**	

高等学校　数学科（数学Ｂ）の事例

【考え・基礎知識】
等差数列と等比数列について理解し，それらの一般項及び和を求めることができる。

⇒

【つながり】
いろいろな数列について，既習事項との関連性を見いだし，その一般項や和について考察することができる。

⇒

【応用・ひろがり】
数列を身近な問題の解決などに活用したり，いろいろな工夫をして未知の数列について考察したり和を求めたりすることができる。

◇　**学年**　　第２学年
◇　**単元名**　　数列とその和
◇　**単元の目標**　　等差数列と等比数列について理解し，一般項及び和を求めたり，いろいろな数列の一般項や和について，その求め方を理解し，事象の考察に活用したりすることができる。

時	主な学習活動
１～７	・等差数列の性質について理解し，一般項と和の求め方を身に付ける。 ・等比数列の性質について理解し，一般項と和の求め方を身に付ける。
８～10	・和の記号Σの意味を理解し，Σを用いて表現したり，記号を用いる意義を感じたりする。 ・公式等が生み出される過程を理解する。 ・Σの性質を理解し，それを用いて和を求める。
11～14	**・数列の各項の階差に着目して考察し，既習事項を活用して一般項を求める。⟶　本時** ・いろいろな数列の一般項や和について考察し，その求め方を理解する。 ・既習事項を活用して身近な問題の解決に取り組んだり未知の数列について考察したりする。

規則を見いだし公式化することにより問題解決が容易になるなど，数列に関する考え方のよさを実感させるとともに，一般項や和の式の意味を理解し，さまざまな課題解決に活用させる。

考え・基礎知識からつながりに至る部分

◇　**本時の目標**　　階差数列ともとの数列の一般項との関係について考察し，もとの数列の一般項を求めることができる。
◇　**学習の流れ**（11 時間目/全 14 時間）

学習活動	指導上の留意事項（◇） **（◆「努力を要する」状況と判断した生徒への指導の手立て）**	評価規準〔観点〕 （評価方法）
１　課題意識をもつ。 （発問例）数列　1,(　),7,13,21,(　),43,……は，ある規則で並んでいる。(　)には何が入るか。 ・推測したり確認したりしてあてはまる数を求める。 （発問例）この数列の一般項はどうすれば求められるか。	◆数列の和の公式について復習する。 ◇生徒に(　)に入る数字とその理由を説明させる。 ◇差に着目すると数列の規則を発見するのに有効であることに気付かせる。 ◇数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ を定義する。	与えられた数列の階差数列を調べることにより，もとの数列の分析ができることに気付かせ，「一般項とどのような関係があるのだろう」という課題意識をもたせる。
課題「階差数列ともとの数列の一般項にはどのような関係があるのだろうか？」		
２　本時のめあてを確認する。 めあて「階差数列を利用してもとの数列の一般項を求めよう。」 **３　課題解決のために考察する。** ・具体例を用いて考察し，与えられた数列の項と階差数列の関係を理解する。 ・一般項(第 n 項)を求めるためには初項に階差数列を $(n-1)$ 項加えればよいことを見いだす。 （生徒の解答例） $a_n=1+(\underbrace{2+4+6+\cdots\cdots}_{\text{初項 2，公差 2，項数 } n-1 \text{ の等差数列の和}})=1+\sum_{k=1}^{n-1}2k$ （予想されるつまずき） $\sum_{k=1}^{n-1}k=\frac{n(n-1)}{2}$ を用いることができない。	（助言例）例えば，第5項「21」は 1 , 3 , 7 , 13 , 21 ,…… 2　4　6　8 3, 7, 13 は途中経過にすぎない。第5項を決めるのは初項と階差数列。 初項に階差数列を４項加えたもの。 すなわち，$a_5=1+(2+4+6+8)=21$ （助言例）例えば，等差数列の一般項 $a_n=a_1+(n-1)d$ も同じ構造で，初項 a_1 に公差 d を $(n-1)$ 個加えている。 ◇ $\sum$ を用いて表現させる。 （助言例）$\sum$ を使えば階差数列がどのような数列であるか，第何項から第何項までを加えるかなどの情報を簡潔に表現できる。 ◇解答に何が不足しているか考えさせ，正しい解答の書き方を理由とともに説明する。 ◆和の公式において n を $n-1$ に置き換えることを丁寧に指導する。	既習事項と関連付け理解を深めさせる。 ・階差数列ともとの数列の一般項との関係について考察することができる。〔数学的な見方や考え方〕（行動観察） 記号を用いることのよさを感じさせる。
４　本時のまとめをする。 生徒のまとめ例　　数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると $n\geqq 2$ のとき　$a_n=a_1+(b_1+b_2+b_3+\cdots\cdots+b_{n-1})$ $=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k$ n 個の間には $(n-1)$ 個あるから $n=1$ のときを調べて，本来の初項と一致すれば，作った式はすべての自然数で使える。		一方的な公式の教え込みではなく，一般項を求める過程を考えさせ，生徒自身で公式化したことを実感させる。
５　類題を解く。 **６　本時を振り返り，次時につなげる。** （発問例）階差数列を利用して一般項を求める方法にはどのような利点があるか。	◆求めた一般項に具体的な値を代入し項が容易に求められることを確認させるなどして，一般項の有用性を感じさせる。 ◇生徒の状況に応じた演習問題を与える。 ◇ある数列の一般項は，各項の階差に着目すれば容易に求められる場合があることを理解させる。	・階差数列を利用して一般項を求める過程を理解している。〔知識・理解〕（ワークシート）