

10 (2) 事象の解釈と表現 通過率 36.8%

問題の趣旨

事象を式の意味に即して解釈し、その結果について考えることができるかどうかをみる。

学習指導要領における領域・内容

[第1学年] C 関数

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

オ 比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え説明すること。

10 健太さんと明子さんの二人は、毎年地域行事で行われている「夏祭り」に参加するために、学校から2100m離れた中央広場に行く計画を立てています。

(2) 健太さんは、もっと早く中央広場に到着することはできないかと考えています。どんなに早く中央広場に到着したくても、学校から中央広場までの道のりを変えることはできません。健太さんは(1)のグラフの他に、小学校の時に学習した、速さと時間の関係を表す式

$$\text{(時間)} = \text{(道のり)} \div \text{(速さ)}$$

が使えることに気付きました。

中央広場に到着までにかかる時間を $\frac{1}{2}$ 倍にするためには、歩く速さを何倍にすればよいでしょうか。答えとその答えの理由として適切なものを、次のア～エの中から1つ選び、その記号を書きなさい。

ア 歩く速さを2倍にすればよい。なぜなら、式から中央広場に到着までにかかる時間は歩く速さに比例することがわかるから。

イ 歩く速さを $\frac{1}{2}$ 倍にすればよい。なぜなら、式から中央広場に到着までにかかる時間は歩く速さに比例することがわかるから。

ウ 歩く速さを2倍にすればよい。なぜなら、式から中央広場に到着までにかかる時間は歩く速さに反比例することがわかるから。

エ 歩く速さを $\frac{1}{2}$ 倍にすればよい。なぜなら、式から中央広場に到着までにかかる時間は歩く速さに反比例することがわかるから。

解答類型と傾向

解答類型		割合 (%)
○	ウ	36.8
×	ア	41.2
×	イ	13.2
×	エ	6.3
×	上記以外の解答	0.3
—	無解答	2.3

分析と課題

最も多い誤答は、「ア」で41.2%である。かかる時間を半分(1/2)にするためには、速く歩けばよい(歩く速さを2倍にすればよい)ということ、生徒は直観的に理解している。しかし、その理由について、式又は定義を根拠に理由を考えることができている。

質問紙調査との関連

(9) 数学の授業では、解き方や考え方を話し合うときに理由を挙げて説明しています。

	よく	やや	あまり	全く
設問10 (2) 回答状況別の通過率 (%)	44.1	38.3	33.2	29.8

解き方や考え方を話し合うときに理由を挙げて説明していると回答した生徒ほど、事象の解釈と表現の設問の通過率が高くなる傾向がある。

指導のポイント

- 伴って変わる二つの数量が反比例であることなど、関数関係を根拠として事柄が成り立つ理由を説明させましょう。

健太さんと明子さんの二人は、毎年地域行事で行われている「夏祭り」に参加するために、学校から2100m離れた中央広場に行く計画を立てています。普通に歩くと28分かかるのですが、健太さんは、もっと早く中央広場に着くことはできないかと考えています。

① 生徒自身が自らの経験を想起することで、歩く速さをイメージする。


 少しでも早く中央広場に付こうと思ったら、どうしたらいいのでしょうか。


 早く歩けばいいと思います。


 そうですね。ちなみに「かかる時間」を半分にするには、どうしたらいいですか。


 「歩く速さ」を2倍にすればいいと思います。


 これまでの経験からそう思いますよね。その理由を説明できますか。


 問題文をみただけではうまく説明できません。

② 問題の解決のために必要な情報を整理する。


 それでは、「かかる時間を半分にするためには、歩く速さを2倍にすればよい。」ことの理由を説明するために、何か使えそうなことありませんか。


 「道のり」、「速さ」、「時間」の関係は小学校で習ったよね。


 歩く速さは、疲れてくるとだんだん遅くなるんじゃないの。


 小学校で習った言葉の式は、
 ・(道のり) = (速さ) × (時間)
 ・(速さ) = (道のり) ÷ (時間)
 ・(時間) = (道のり) ÷ (速さ) だよ。


 実際にはそういうことが考えられますが、ここでは、一定の速さで歩くとして考えましょう。

③ 式に着目し、定数と変数を明らかにして、何を x 、 y とすればよいか考え、式の形から反比例の関係になることを確認する。


 言葉の式が使えます。「道のり」は変わらないから、伴って変わる二つの数量は、「速さ」と「時間」です。「速さ」を分速 x m、「時間」を y 分とすると、言葉の式から、 $y = 2100 \div x$ だから $y = \frac{2100}{x}$ となるので、 y は x に反比例することが分かります。


 反比例は、一方の値が2倍、3倍、4倍、…となると、他方の値は、 $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍となるので、「速さ (x)」を2倍にすれば、「時間 (y)」は半分 ($1/2$ 倍) になるね。

④ 表を使って、式で考えたことが正しいことを確認する。


 本当に「速さ」が2倍になると、「時間」が半分になっているの？


 表にしてみても考えてみたらいいんじゃない。求めた式から表を作ってみると、

x (m/分)	1	2	3	...	75	...	150
y (分)	2100	1050	700	...	28	...	14

となるわ。これを見ると、分かりやすいんじゃない。


 もともと2100mの道のりを28分で歩いたのだから、速さは $2100 \div 28 = 75$ で、分速75mです。半分の時間で行くとすると28分の半分である14分で行けばよいので、表から、速さは分速150mとなります。時間が半分になると、速さは2倍になっているので、反比例の式や表から、「かかる時間を半分にするためには、歩く速さを2倍にすればよい。」ことが分かります。