中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　答〔例〕	採点上の注意	配点	
1	（1）	$\dfrac{x+1}{2x^2+x-6}-\dfrac{x+2}{2x^2+5x+2}$ $=\dfrac{x+1}{(2x-3)(x+2)}-\dfrac{x+2}{(2x+1)(x+2)}$ $=\dfrac{(x+1)(2x+1)-(x+2)(2x-3)}{(2x-3)(x+2)(2x+1)}$ $=\dfrac{2x+7}{(2x-3)(x+2)(2x+1)}$		１０	２０
	（2）	$\left(2x^3-\dfrac{1}{x}\right)^7$ の展開式の一般項は ${}_7\mathrm{C}_r(2x^3)^{7-r}\left(-\dfrac{1}{x}\right)^r={}_7\mathrm{C}_r2^{7-r}(-1)^rx^{21-4r}$　$(r=0,1,2,\cdots,7)$ $x^{21-4r}=x^9$ より，$21-4r=9$ よって，$r=3$ x^9 の係数は ${}_7\mathrm{C}_3\cdot2^4\cdot(-1)^3=-560$		１０	
2		３桁の自然数のうち５の倍数全体の集合をＡ，13 の倍数全体の集合をＢとすると，５と 13 のいずれか一方だけで割り切れる数全体の集合は$(\mathrm{A}\cap\overline{\mathrm{B}})\cup(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})$である。 $\mathrm{A}=\{5\cdot20,\ 5\cdot21,\ 5\cdot22,\ \cdots,\ 5\cdot199\}$ $\mathrm{B}=\{13\cdot8,\ 13\cdot9,\ 13\cdot10,\ \cdots,\ 13\cdot76\}$ であるから　$n(\mathrm{A})=180$，$n(\mathrm{B})=69$ また，$\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$は，５と 13 の最小公倍数 65 の倍数全体の集合であるから $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\{65\cdot2,\ 65\cdot3,\ 65\cdot4,\ \cdots,\ 65\cdot15\}$ $n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=14$ したがって，求める個数は $n(\mathrm{A}\cap\overline{\mathrm{B}})+n(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})$ $=\{n(\mathrm{A})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})\}+\{n(\mathrm{B})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})\}$ $=(180-14)+(69-14)$ $=221$（個）		１０	
3		$x^2+y^2+(2k-1)x+2y+k^2+3=0$ $\left(x+\dfrac{2k-1}{2}\right)^2+(y+1)^2=\left(\dfrac{2k-1}{2}\right)^2+1-k^2-3$ $\left(x+\dfrac{2k-1}{2}\right)^2+(y+1)^2=\dfrac{-4k-7}{4}$　・・・① ①が円を表すための条件は $\dfrac{-4k-7}{4}>0$ したがって，$k<-\dfrac{7}{4}$		１０	

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
4	$\dfrac{2}{5x}+\dfrac{3}{5y}=\dfrac{1}{3}$ の両辺に$15xy$をかけて整理すると $5xy-9x-6y=0$ $(5x-6)(5y-9)=54$ ・・・① x, yは正の整数であるから，$5x-6, 5y-9$はともに整数である。 $x\geqq 1, y\geqq 1$であるから，$5x-6\geqq -1, 5y-9\geqq -4$ よって，①から $(5x-6, 5y-9)=(1, 54), (2, 27), (3, 18), (6, 9),$ $(9, 6), (18, 3), (27, 2), (54, 1)$ これを満たすx, yのうち，ともに正の整数となる組は $(x, y)=(3, 3), (12, 2)$		１５
5	「9^n-1は８の倍数である」を（A）とする。 〔１〕$n=1$のとき　$9-1=8$ よって，$n=1$のとき，（A）は成り立つ。 〔２〕$n=k$のとき（A）が成り立つ，すなわち9^k-1は８の倍数であると仮定すると，ある整数mを用いて $9^k-1=8m$ $9^k=8m+1$ $n=k+1$のときを考えると $9^{k+1}-1=9\cdot 9^k-1$ $=9(8m+1)-1$ $=9\cdot 8m+9-1$ $=8(9m+1)$ $9m+1$は整数であるから，$8(9m+1)$は８の倍数である。 よって，$n=k+1$のときにも（A）は成り立つ。 〔１〕,〔２〕から，すべての自然数nについて（A）は成り立つ。		１５
6	$x+2y=2$ ・・・① $2x+3y=-1$ ・・・② $kx+y=2k-1$ ・・・③ とする。 ３直線が三角形を作らないのは，次の〔１〕,〔２〕のときである。 〔１〕３直線のうち，２直線が平行になる。 〔２〕３直線が１点で交わる。 〔１〕のとき $1\cdot 3\neq 2\cdot 2$より，①と②は平行ではない。 ①と③が平行になるとき，$1\cdot 1=k\cdot 2$　より，$k=\dfrac{1}{2}$ ②と③が平行になるとき，$2\cdot 1=k\cdot 3$　より，$k=\dfrac{2}{3}$ 〔２〕のとき ①と②の交点の座標は $\begin{cases}x+2y=2\\2x+3y=-1\end{cases}$ より，$(x, y)=(-8, 5)$ ・・・④ この交点を③が通るので，③に④を代入して $-8k+5=2k-1$ $-10k=-6$ $k=\dfrac{3}{5}$ したがって，求めるkの値は，$\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{5}, \dfrac{2}{3}$		１５

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
7	直線AB，直線AP と y 軸との交点をそれぞれC，Dとします。 $AC=BC$ より，$\triangle APC:\triangle APB=1:2$ ・・・① 仮定より，$\triangle AOP:\triangle APB=1:6$ ・・・② ①，②より，$\triangle AOP:\triangle APC=1:3$ $\triangle AOP:\triangle APC=OD:DC$ $OD:DC=1:3$ より，$OD=8\times\frac{1}{4}=2$ よって，D(0，2) となる。 y 軸上に $EQ /\!/ AD$ となる点Eをとると，$\triangle APQ=\triangle APE$ $\triangle APQ:\triangle APB=7:12$ であるから　$\triangle APE:\triangle APB=7:12$ ①より，$\triangle APE:\triangle APC=7:6$ よって，$DE:DC=7:6$ より，$DE=7$ であるから，E(0，9) 直線ADの傾きは，$-\frac{3}{2}$ であるから直線EQの式は，$y=-\frac{3}{2}x+9$ と表すことができる。 点Qは，直線EQと放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ の交点であるから $\frac{1}{2}x^2=-\frac{3}{2}x+9$ $x^2=-3x+18$ $x^2+3x-18=0$ $(x+6)(x-3)=0$ $x=-6,3$ $0<x<4$ より，$x=3$ したがって，$Q\left(3,\frac{9}{2}\right)$		１６
8	$f(x)=5x^2-6ax-a^2+11$ とおく。$f(x)<0$ を満たす整数 x が１だけであるとき $f(1)<0$　かつ　$f(0)\geqq 0$　かつ　$f(2)\geqq 0$ が成り立つ。 $f(1)<0$ より $5-6a-a^2+11<0$ $(a+8)(a-2)>0$ $a<-8,2<a$ ・・・① $f(0)\geqq 0$ より $-a^2+11\geqq 0$ $-\sqrt{11}\leqq a\leqq\sqrt{11}$ ・・・② $f(2)\geqq 0$ より $20-12a-a^2+11\geqq 0$ $a^2+12a-31\leqq 0$ $-6-\sqrt{67}\leqq a\leqq -6+\sqrt{67}$ ・・・③ ①，②，③より $2<a\leqq -6+\sqrt{67}$		１８

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　　答　　例	採点上の注意	配　点	
9		$y=\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta+2\cos^2\theta$ $=\frac{1-\cos 2\theta}{2}+\frac{1}{2}\sin 2\theta+2\cdot\frac{1+\cos 2\theta}{2}$ $=\frac{1}{2}\sin 2\theta+\frac{1}{2}\cos 2\theta+\frac{3}{2}$ $=\frac{1}{2}(\sin 2\theta+\cos 2\theta)+\frac{3}{2}$ $=\frac{1}{2}\sqrt{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{3}{2}$ $-\frac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{4}$ より，$-\frac{\pi}{4}\leqq 2\theta+\frac{\pi}{4}\leqq\frac{3}{4}\pi$ よって，$-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqq\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqq 1$ $-\frac{1}{2}\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}$ $1\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{3}{2}\leqq\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ したがって，$1\leqq y\leqq\frac{3+\sqrt{2}}{2}$		１８	
10		点Ｐ，Ｑの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{p}$，$\vec{q}$ とおくと s，t を実数として $\vec{p}=(1,3,0)+s(-1,0,-1)=(-s+1,3,-s)$ $\vec{q}=(-1,0,2)+t(-1,1,0)=(-t-1,t,2)$　と表される。 $PQ^2=\lvert\overrightarrow{PQ}\rvert^2$ $=\lvert\vec{q}-\vec{p}\rvert^2$ $=(s-t-2)^2+(t-3)^2+(s+2)^2$ $=2s^2-2st+2t^2-2t+17$ $=2\left(s-\frac{t}{2}\right)^2+\frac{3}{2}\left(t-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{49}{3}$ したがって，　$s=\frac{1}{3}$，$t=\frac{2}{3}$　のとき，PQは最小値　$\frac{7\sqrt{3}}{3}$　をとる。		１８	
11	手順	三角定規の直角の角を円周上の１点に置き，その角を作る２辺と円とが交わった２点を結ぶ直線を引く。この操作を円周上の他の１点に対してもう一度行う。このとき，２本の直線の交点が円の中心となる。	問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。	7	１５
	理由	三角定規の直角の角を円周上の１点に置くと，その角を円周角と見ることができる。１つの弧に対する中心角は，その弧に対する円周角の２倍となるので，中心角は180°となる。したがって，三角定規の直角をはさむ２辺と円とが交わった２点を結ぶ線分は円の直径となる。この操作を円周上の他の１点に対してもう一度行うことで，円の直径をもう１本かくことができる。２本の直径の交点は円の中心であるから，この方法で円の中心を求めることができる。	手順に対する理由が書かれているものだけを正答とする。 問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。	8	
12		$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$ の近似値を求め，$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ が成り立たないことを確認させ，誤りに気付かせる。さらに，既習の $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ の式と比較させ，根号を含む式の乗法では成り立ったことが，加法では成り立たないことを理解させる指導を行う。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１５	
13	数学のよさ	表，式，グラフを用いて処理し予測できること	数学のよさと指導の例がともに合っているものだけを正答とする。 問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。	１５	
	指導の例	第１学年において，比例を関数としてとらえ直したことを踏まえ，第２学年の一次関数の学習で，線香に火をつけてからの時間とその長さを調べる実験を基に，線香がある長さになった時間や，燃え尽きるまでの時間を予測させる。			