高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　答　〔例〕	採点上の注意	配点	
[1]	（１）	$\frac{x+1}{2x^2+x-6}-\frac{x+2}{2x^2+5x+2}$ $=\frac{x+1}{(2x-3)(x+2)}-\frac{x+2}{(2x+1)(x+2)}$ $=\frac{(x+1)(2x+1)-(x+2)(2x-3)}{(2x-3)(x+2)(2x+1)}$ $=\frac{2x+7}{(2x-3)(x+2)(2x+1)}$		5	１２
	（２）	$\left(2x^3-\frac{1}{x}\right)^7$ の展開式の一般項は ${}_7\mathrm{C}_r(2x^3)^{7-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r={}_7\mathrm{C}_r2^{7-r}(-1)^rx^{21-4r}\quad(r=0,1,2,\cdots,7)$ $x^{21-4r}=x^9$ より，$21-4r=9$ よって，$r=3$ x^9 の係数は ${}_7\mathrm{C}_3\cdot2^4\cdot(-1)^3=-560$		7	
[2]	（１）	得点を小さい方から順に並べると 43，56，64，68，72，74，80，93 第１四分位数は $\frac{56+64}{2}=60$，第３四分位数は $\frac{74+80}{2}=77$ したがって，四分位範囲は，$77-60=17$　（点）		5	１３
	（２）	x 以外の得点を小さい方から順に並べると 43，56，64，68，74，80，93 x を含めた８個のデータの中央値は $x\leqq64$ のとき，$y=\frac{64+68}{2}=66$　の１通り $65\leqq x\leqq73$ のとき，$y=\frac{68+x}{2}$　の９通り $74\leqq x$ のとき，$y=\frac{68+74}{2}=71$　の１通り したがって，$1+9+1=11$ より，11通り		8	
[3]	（１）	正弦定理より $\frac{2\sqrt{2}}{\sin60^\circ}=2R$ $R=\frac{2\sqrt{6}}{3}$		5	１０
	（２）	$\mathrm{AB}=x$ とおく。 余弦定理より $(2\sqrt{2})^2=x^2+(1+\sqrt{5})^2-2\cdot x\cdot(1+\sqrt{5})\cos60^\circ$ $x^2-(1+\sqrt{5})x-2(1-\sqrt{5})=0$ $(x-2)\{x+(1-\sqrt{5})\}=0$ $x=2,\sqrt{5}-1$ したがって，$\mathrm{AB}=2,\sqrt{5}-1$		5	

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答　〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{4}$	すべての整数 n は， $n=3k,\ n=3k+1,\ n=3k+2$　（k は整数） のいずれかの形で表される。 〔1〕$n=3k$ のとき $(n+1)^2=(3k+1)^2=9k^2+6k+1=3(3k^2+2k)+1$ 〔2〕$n=3k+1$ のとき $(n+1)^2=(3k+2)^2=9k^2+12k+4=3(3k^2+4k+1)+1$ 〔3〕$n=3k+2$ のとき $(n+1)^2=(3k+3)^2=9k^2+18k+9=3(3k^2+6k+3)$ 〔1〕～〔3〕より $(n+1)^2$ を３で割ったときの余りは，０または１である。		１５
$\boxed{5}$	$y=\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta+2\cos^2\theta$ $=\frac{1-\cos 2\theta}{2}+\frac{1}{2}\sin 2\theta+2\cdot\frac{1+\cos 2\theta}{2}$ $=\frac{1}{2}\sin 2\theta+\frac{1}{2}\cos 2\theta+\frac{3}{2}$ $=\frac{1}{2}(\sin 2\theta+\cos 2\theta)+\frac{3}{2}$ $=\frac{1}{2}\sqrt{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{3}{2}$ $-\frac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{4}$ より，$-\frac{\pi}{4}\leqq 2\theta+\frac{\pi}{4}\leqq\frac{3}{4}\pi$ よって，$-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqq\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqq 1$ $-\frac{1}{2}\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}$ $1\leqq\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{3}{2}\leqq\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ したがって，$1\leqq y\leqq\frac{3+\sqrt{2}}{2}$		１５
$\boxed{6}$	点 P , Q の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{p},\ \vec{q}$ とおくと s,t を実数として $\vec{p}=(1,3,0)+s(-1,0,-1)=(-s+1,3,-s)$ $\vec{q}=(-1,0,2)+t(-1,1,0)=(-t-1,t,2)$　と表される。 $\mathrm{PQ}^2=\lvert\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\rvert^2$ $=\lvert\vec{q}-\vec{p}\rvert^2$ $=(s-t-2)^2+(t-3)^2+(s+2)^2$ $=2s^2-2st+2t^2-2t+17$ $=2\left(s-\frac{t}{2}\right)^2+\frac{3}{2}\left(t-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{49}{3}$ したがって，$s=\frac{1}{3},\ t=\frac{2}{3}$　のとき，PQ は最小値　$\frac{7\sqrt{3}}{3}$　をとる。		１５

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th>正　　答　〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th>配点</th></tr>
<tr><td>7</td><td>$x+y=k$ とおく。このとき，$y=k-x$
$x^3+y^3=2xy$ より
$x^3+(k-x)^3=2x(k-x)$
$x^3+k^3-3k^2x+3kx^2-x^3=2kx-2x^2$
$(3k+2)x^2-k(3k+2)x+k^3=0$ ・・・①
$k=-\frac{2}{3}$ のとき，①は成り立たないので，$k \neq -\frac{2}{3}$ ・・・②
①を満たす実数xが存在するので
$k^2(3k+2)^2-4(3k+2)k^3 \geqq 0$
$k^2(3k+2)\{(3k+2)-4k\} \geqq 0$
$k^2(3k+2)(2-k) \geqq 0$
$k^2(3k+2)(k-2) \leqq 0$
$-\frac{2}{3} \leqq k \leqq 2$
②より
$-\frac{2}{3} < k \leqq 2$
したがって，$-\frac{2}{3} < x+y \leqq 2$</td><td></td><td>１５</td></tr>
<tr><td>8</td><td>$S=\pi\int_1^{e^a}(\log y)^2 dy$
$=\pi\left[y(\log y)^2\right]_1^{e^a}-\pi\int_1^{e^a} y\cdot\frac{2}{y}\log y dy$
$=\pi e^a a^2-2\pi\left[y\log y-y\right]_1^{e^a}$
$=\pi e^a a^2-2\pi(e^a a-e^a+1)$
$=(a^2-2a+2)\pi e^a-2\pi$

$T=\pi\int_0^a\left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2 dx$
$=\pi\left[e^x\right]_0^a$
$=\pi e^a-\pi$

$S=2T$ より
$(a^2-2a+2)\pi e^a-2\pi=2(\pi e^a-\pi)$
$(a^2-2a)e^a\pi=0$
$a(a-2)e^a\pi=0$
$a>0$ より，$a=2$</td><td></td><td>１５</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th colspan="2">正　　答　〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配　点</th></tr>
<tr><td>9</td><td colspan="2">n回目にA，Bが試行を行う確率をそれぞれa_n, b_nとおくと
$a_1=1, b_1=0$
$a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+\frac{1}{4}b_n$　・・・①
$b_{n+1}=\frac{1}{4}a_n+\frac{1}{2}b_n$　・・・②
①＋②より
$a_{n+1}+b_{n+1}=\frac{3}{4}(a_n+b_n)$　・・・③
①－②より
$a_{n+1}-b_{n+1}=\frac{1}{4}(a_n-b_n)$　・・・④
③より，$a_n+b_n=(a_1+b_1)\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}=\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$　・・・⑤
④より，$a_n-b_n=(a_1-b_1)\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$　・・・⑥
⑤＋⑥より，$a_n=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}+\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}\right\}$
したがって，求める確率は　$\frac{1}{4}a_n=\frac{1}{8}\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}+\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}\right\}$</td><td></td><td colspan="2">１５</td></tr>
<tr><td rowspan="3">10</td><td>（ア）</td><td>頂点Aから辺BCに垂線をおろし辺BCとの交点をHとする。
直角三角形ABHにおいて，三平方の定理より
$\mathrm{AB}^2=\mathrm{AH}^2+\mathrm{BH}^2=\mathrm{AH}^2+(\mathrm{BM}+\mathrm{MH})^2$
$\quad=\mathrm{AH}^2+\mathrm{BM}^2+2\mathrm{BM}\cdot\mathrm{MH}+\mathrm{MH}^2$　・・・①
直角三角形ACHにおいて，三平方の定理より
$\mathrm{AC}^2=\mathrm{AH}^2+\mathrm{CH}^2=\mathrm{AH}^2+(\mathrm{CM}-\mathrm{MH})^2$
$\quad=\mathrm{AH}^2+\mathrm{CM}^2-2\mathrm{CM}\cdot\mathrm{MH}+\mathrm{MH}^2$　・・・②
直角三角形AMHにおいて，三平方の定理より
$\mathrm{AM}^2=\mathrm{AH}^2+\mathrm{MH}^2$
また，$\mathrm{BM}=\mathrm{CM}$より，①＋②は
$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2\mathrm{BM}^2+2(\mathrm{AH}^2+\mathrm{MH}^2)$
$\quad=2(\mathrm{BM}^2+\mathrm{AM}^2)$
したがって，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">各
１０
×
３</td><td rowspan="3">３０</td></tr>
<tr><td>（イ）</td><td>直線BCをx軸に，辺BCの垂直二等分線をy軸にとると，Mは原点Oになり，
三角形の頂点A, B, Cの座標はそれぞれ
$\mathrm{A}(a, b), \mathrm{B}(-c, 0), \mathrm{C}(c, 0)$と表すことができる。
このとき
$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2$
$=\{(-c-a)^2+(0-b)^2\}+\{(c-a)^2+(0-b)^2\}$
$=2(a^2+b^2+c^2)$
また，$\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2=a^2+b^2+c^2$
したがって，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$</td></tr>
<tr><td>（ウ）</td><td>$\overrightarrow{\mathrm{MA}}=\vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{MB}}=\vec{b}$とおく。
このとき，$\overrightarrow{\mathrm{MC}}=-\vec{b}$であり
$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2=|\vec{b}-\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2-2\vec{b}\cdot\vec{a}+|\vec{a}|^2$　・・・①
$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2=|-\vec{b}-\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2+2\vec{b}\cdot\vec{a}+|\vec{a}|^2$　・・・②
①＋②より
$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2=2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)=2(|\overrightarrow{\mathrm{MA}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{MB}}|^2)$
したがって，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　答〔例〕	採点上の注意	配点	
$\boxed{11}$	（１）	$a>0$，$a\neq 1$とするとき，任意の正の数Mに対して，$a^p=M$となる実数pが，ただ１つ定まる。このpを，aを底とするMの対数といい，$\log_a M$と表す。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	５	１５
	（２）	「$2^x=3$を満たす実数xはこれまで学習した数を使って簡単に表すことができないが，$y=2^x$のグラフを用いて，その存在は確認できる。そこで，$2^x=3$を満たす実数xを記号logを使って，$\log_2 3$と表す。」のような具体例を用いた指導を行う。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１０	
$\boxed{12}$	（１）	男子１人，女子２人を選ぶ場合は，${}_5C_1\times{}_4C_2=30$　（通り） 男子２人，女子１人を選ぶ場合は，${}_5C_2\times{}_4C_1=40$　（通り） したがって，$30+40=70$　（通り）		５	１５
	（２）	男子５人女子４人の合計９人から３人を選ぶ選び方の総数は，${}_9C_3=84$（通り）であり，解答の140は84よりも大きいことから間違いであることに気付かせる。さらに，特定の男子Ａ，Ｂに注目させる等，重複して数え上げている原因を考えさせ，もれなく，重複することなく数え上げる方法について，具体例を通して理解させる指導を行う。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１０	
$\boxed{13}$		「数学Ⅱ」の　三角関数　において，一般角の正弦，余弦，正接を定義し三角関数の特徴について指導する際，「数学Ⅰ」の　図形と計量　において，0°から180°までの正弦，余弦，正接を三角比として扱っていることを踏まえ，一般角の正弦，余弦，正接の定義が，「数学Ⅰ」で定義した三角比の自然な拡張になっていることを確認させる。	問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてもよい。	１５	