

# 数学における「課題発見・解決学習」の実際

## 1 本事例における「課題発見・解決学習」のポイント

### ①本事例における「課題発見」のポイント

生徒が問題を自分事として捉え自ら課題を見いだすためには、学習の出発点にあたる問題や題材等が重要である。本事例では、問題の設定において、次の3つの工夫が見られる。

- (1) 生徒が実際にくじを引く実験を行うことで問題の意味を理解させるとともに、興味・関心を持たせている。
  - (2) 独立試行の確率や場合分け等、本単元（確率）におけるこれまでの学習内容を豊富に含んでいる。
  - (3) 当たりくじの数や袋の数等の条件を変えやすく、新たな発見が期待できる。
- また、教師が提示した問題を学習の出発点として、教師の発問を通して生徒から様々な気付きや疑問を引き出し、それらに関連付けながら、「袋を3つにしたとき、当たる確率が高くなるのはどのような場合か。」という課題を生徒に設定させている。

### ②本事例における「教師の働きかけ」のポイント

教師が生徒の気付きや疑問を引き出したり、それらに関連付けて取り上げたりすることで、生徒自身による課題設定へとつながる。本事例では、生徒の考えの引き出し方と取り上げ方において、次の3つの工夫が見られる。

- (1) 三択形式で結果を予想させ、その理由を考えさせることで、問題を自分事として捉えさせることができている。（「予想」）
- (2) 結果と予想に「ずれ」を生じさせるような問題を提示することで、「なぜそうなるのか」、「他の場合はどうなるのか」等、様々な気付きや疑問を引き出すことができている。（「認知的葛藤」）
- (3) 課題の設定に至る過程において、様々な気付きや疑問を比較させながら取り上げることで、仮定と結論の関係に着目させ、新たな気付きや疑問を導き出している。（「比較」）

### ③本事例における「振り返り」の工夫

本時の学習が次の学習へ転移するためには、知識・技能の習得とともに、学習意欲の向上、数学的な見方や考え方の育成が重要である。本事例では、本時の振り返りにおいて、次の3つの工夫が見られる。

- (1) 「楽しいと感じたこと」や「モヤモヤしたこと」を記述させることで、学習意欲の向上を実感させたり、今後の学習の見通しを持たせたりしている。
- (2) 当たりくじの数や袋の数等の条件と当たりくじを引く確率がどのように関連しているかに着目させ、数学的な見方や考え方を生徒自身に意識化させようとしている。
- (3) 「なぜそうなるのか」（理由）や「他の場合はどうなるのか」（可能性）等、学習過程で生じた気付きや疑問について振り返らせることで、生徒自身に新たな課題を積極的に見いださせている。

## 2 指導助言者（広島大学大学院教育学研究科 影山 和也 准教授）から

「課題発見・解決学習」の持つ意義は様々であるけれども、その一つとして生徒たちが個々で、または協力して活動する機会を授業のなかで確かに保証するということがある。活動には必ず目的があるのであり、数学科では観察・実験・操作にとどまらず、図表や式、記号などを使って事象を表現したり、規則にしたがって計算したり推論したりするなど、専門家としての数学者が行う活動のすべてを含む。単元レベル、単位時間レベルで授業を構想する中で、これらの活動をいかにして意味あるように組織するかが重要である。

数学に関する課題は、観察・実験・操作によって見いだされる事象の中から発見される。それ故、課題の性格はその事象に深く関わることになる。確率に関する「ある袋の当たりやすさはどれくらいか」とはくじ引きの場面で実際にくじを引いて起こる事象からの課題であるが、「どの袋が最も当たりやすいといえるか」は、くじを引く実験（試行）によって起こる事柄（事象）をみることからの課題であって、両者は質的に異なるといえる。そのため、課題へのアプローチの仕方も異なるのであり、授業を通して活動の質を高め、数学的な見方や考え方を育てるためには、生徒たちを主体とした事象の丹念な分析と解決のためにとるべき方策の検討を欠かすことはできないだろう。

「課題発見・解決学習」を進める上での難点は、適切な題材の選択と加工並びに課題の発見から解決にまで至らせる適切な発問にある。題材については必ずしも現実にとどまる必要はなく、学ばせたい内容に関わる活動を十分に行うことができるかがポイントになる。また、発問は教師による意図的行為であるので、生徒に発言の理由を問うことで生徒自身の暗黙の推論の形を明確にする、他の場面でも使えるかを問うことで得られた成果を使い勝手のよい定理としてまとめるというように、典型的な発問の意図と具体をセットにして整理しておくことも考えられてよいであろう。

### 3 事例

#### ◇ 本単元で育成する資質・能力

事象を数学化し、数学的に思考・考察することができる力

#### ◇ 学年 第1学年

#### ◇ 単元名 数学A「確率」

#### ◇ 本単元の目標

確率の意味や基本的な法則についての理解を深め、それらを用いて事象の確率を求めたり、確率を事象の考察に活用したりすることができる。

時	本単元の主な学習活動
1・2	試行と事象について理解し、簡単な事象の確率を求める。
3～5	積事象と和事象、余事象を理解し、その確率を求める。
6～8	独立な試行を理解し、反復試行の確率を求める。
9・10	条件付き確率を理解し、様々な場面に応用させる。
11・12	くじ引きの条件を変えて確率の変化を考察する。(本時)

#### [本単元の特徴]

本単元の目標を達成するために、具体的な事象を取り上げ基礎知識の習得を図る。また、不確実な事象の起こる程度を「数」で表現する学習を通して、不確実なものを捉える確率の考え方を活用し、数学のよさを認識させる。提示する問題は、本単元の学習内容を豊富に含んでいるとともに、実験を通して生徒に予想させることで問題を自分事として捉えさせることが可能である。さらに、当たりくじの数や袋の数等の条件を変えやすく、生徒が新たな課題を見いだすことが可能である。

#### ◇ 本学習の目標

仮定と結論の関係に着目して課題を見だし、くじ引きの当たりやすさについて考察することができる。

#### ◇ 学習の流れ(11 時間目/全 12 時間)

学習過程 (○教師の発問, ●生徒の反応予測)	指導のポイント	評価規準〔観点〕 (評価方法)
<b>1 課題を見いだす。</b> <b>【本時の問題提示】</b> <p>10 本中 3 本当たりくじの入った袋がある。10 本のくじを 5 本ずつにして、一方には当たりくじが 3 本、もう一方には 0 本になるように、2 つの袋に分ける。まず袋を選んで、次にその袋からくじを 1 本引くものとする。このとき、当たる確率は、1 つの袋のときと比べて、高くなるか、低くなるか、同じか。</p> <p><b>【課題の練り上げ】</b>            ・答えを予想し、実際に確率を計算して予想を検証する。            ○答えから何か気付きや疑問はありませんか。            ●なぜ当たる確率が変わらないのか。            ●2 つの袋に 5 本ずつ分けたとき、当たりくじの分け方が変わっても当たる確率は変わらない。            ●2 つの袋に分けるくじの本数を変えると確率は変わるのか。</p>	<p>・実際にくじを引かせ、提示した問題の意味を理解させる。</p> <p><b>【発問の意図】</b>            生徒に予想させることで、様々な気付きや疑問を引き出す。</p> <p>・確率が変わらない条件に着目させ、「もしそうでなければ」という視点を持たせる。</p>	
<b>2 課題を設定する。</b> <b>【課題①の設定】</b> <p><b>【課題①】</b> 2 つの袋に入れるくじの本数を変えると、当たる確率はどうなるか。</p> <p><b>【課題の練り上げ】</b>            ・各グループでくじの本数を設定して、当たる確率を求める。            ○それぞれの確率を比較して何か気付きや疑問はありませんか。            ●袋の中のくじの本数を変えると当たる確率は変わる。            ●当たりとはずれのくじの分け方によって確率は変わる。            ●当たる確率が一番高いのは 11/18 である。            ●袋の数を変えると当たる確率はどうなるのか。            ○次に何を調べてみたいですか。くじ引きはとなると嬉しいですか。            ●当たると嬉しい。            ●袋を増やして当たる確率が高くなるのはどのような場合か。</p>	<p>・グループで分担し全ての場合を調べさせる。</p> <p><b>【発問の意図】</b>            求めた確率を比較させることで、設定した条件(仮定)と確率(結論)の関係に着目させる。</p> <p>・確率が変化する条件に着目させ、新たに条件を変更して考察することを促す。</p> <p><b>【発問の意図】</b>            生徒の疑問を次の学習へつなげるとともに、確率を調べる目的を「どのような場合が当たりやすいかを調べることに」焦点化させる。</p>	
<p><b>【課題②の設定】</b>  <b>【課題②】</b> 袋を 3 つにしたとき、当たる確率が高くなるのはどのような場合か。</p> <p>・【課題①】の結果から、どのようにくじを分けると当たる確率が高くなるかを各グループで予想する。            ・全体で予想したことを共有する。</p>	<p>・【課題①】で当たる確率が高くなる分け方の特徴を分析させ、課題解決の見通しを持たせる。</p>	
<b>3 課題解決を行う。</b> ・個人で【課題②】に取り組み、予想を検証する。		
<b>4 自分の考え(解決策)を表現する。</b> ・当たる確率が高くなる分け方と理由を説明する。		
<b>5 振り返りを行う。</b> ・本単元で学習した内容について確認する。 ・仮定と結論がどのように関連しているかに着目する。 ・本時の課題解決を踏まえ新たな課題を見いだす。	<p>・確率の単元で学習した内容を用いて、様々な事象を考察できることを実感させる。            ・課題を設定した際に、どのような視点で気付きや疑問を出したかについて振り返ることで、新たな課題を見だし、次時の学習につなげる。</p>	<p>仮定と結論の関係に着目し課題を見いだすことができる。            [数学的な見方や考え方]            (ワークシート, 行動観察)</p> <p>状況に応じて場合分けすることができ、その確率を求めることができる。            [数学的な技能]            (ワークシート)</p>

## ◇ 実践結果

### 【課題の練り上げの状況】

(本時の問題提示)

「10本中3本当たりくじの入った袋がある。10本のくじを5本ずつにして、一方には当たりくじが3本、もう一方には0本になるように、2つの袋に分ける。まず袋を選んで、次にその袋からくじを1本引くものとする。このとき、当たる確率は、1つの袋のときと比べて、高くなるか、低くなるか、同じか。」

T: 確率は高くなりますか。低くなりますか。

S: 「高くなる」は4名、「低くなる」は10名、「同じ」は0名。実際に確率を計算して予想を検証する。確率は同じであるという、予想していない結果に驚く。

T: 答えから何か気付きや疑問はありませんか。

S: なぜ当たる確率は変わらないのか。

S: 2つの袋に5本ずつ分けたとき、当たりくじの分け方が変わっても当たる確率は変わらない。

T: 確率は常に変わらないのかな。

S: 2つの袋に分けるくじの本数を変えると、確率は変わるのか。

(課題①の設定)

「2つの袋に入れるくじの本数を変えると、当たる確率はどうか。」

(各グループでくじの本数を設定して、当たる確率を求める。)

T: それぞれの確率を比較して何か気付きや疑問はありませんか。

S: 袋の中のくじの本数を変えると当たる確率は変わる。

S: 当たりとはずれのくじの分け方によって確率は変わる。

S: 5本ずつ分けたときのみ当たる確率が3/10になる。

S: 当たる確率が一番高いのは11/18である。

S: 当たる確率が3/8になる場合が2通りある。

S: 袋の数を変えると当たる確率はどうか。

T: 次に何を調べてみたいですか。くじ引きはとなると嬉しいですか。

S: 当たると嬉しい。

S: 袋を増やして当たる確率が高くなるのはどのような場合か。

T: 袋の数をどうしますか。

(課題②の設定)

「袋を3つにしたとき、当たる確率が高くなるのはどのような場合か。」

提示した問題を学習の出発点として、教師が発問を通して生徒の気付きや疑問を引き出し、それらを意図的に取り上げることで、生徒が課題②を設定した。

### 【振り返りの成果】

授業において生徒が作成したワークシートから、振り返りの結果として次の3つの成果が見られる。

○学習意欲の向上

・「なぜ、2つの袋に5本ずつくじを分けても確率が同じなのかと不思議に思い、計算したくなった。」

・「様々な場合を考えながら確率を求めることが楽しかった。」

○数学的な見方や考え方の育成

・「自分で予測して解いていくことがパズルみたいで楽しかった。」

・「1つの袋にはずれくじを全て集め、当たりくじを全ての袋に入れると当たる確率が高くなる。」

○新たな課題の設定

・「袋を増やすと当たる確率はどうか。」

・「袋の数を自由にして、当たる確率が最も高くなるのはどのような場合か。」

・「当たる確率が低くなる場合について調べてみる。」

・「くじを同時に2つ引くとどうなるのか。」

・「さいころを使う場面を組み込むとどうなるか。」

## ◇ 検証及び今後の方向性

### 【検証】

○本時の提示した問題

・実験を通して問題の理解を促し、確率についての興味・関心を持たせることができる題材である。

○課題①の設定に至るまでの発問

・予想させることで問題を自分事として捉えさせている。

・結果と予想に「ずれ」を生じさせることで、生徒から様々な気付きや疑問を引き出している。

・確率が変わらない原因に着目させ、「もしそうでなければ」という視点を持たせている。

・生徒に気付きや疑問が課題としてどのように練り上げられているのかを伝わりやすくするため、生徒の気付きや疑問を黒板にまとめる必要がある。

・生徒が予想したことの理由をもれなく取り上げることで、新たな気付きや疑問が生まれやすくなる。

○課題②の設定に至るまでの発問

・求めた確率を比較させることで、設定した条件(仮定)と確率(結論)の関係に着目させている。

・確率が変わる条件に着目させ、新たに条件を変更して考察することを促している。

・生徒に自ら課題を設定することを促すためには、生徒の気付きや疑問をどの順番で取り上げるのか想定しておくことが必要である。

○学習意欲の向上

・生徒の予想と異なる結果が提示されることにより、確率を用いて理由を説明しようとする意欲の向上につながっている。

・たくさんの場合の確率の計算を個人のみで行うのではなく協働的に取り組むことで、クラス全体で課題に取り組もうとする参画意識を高めている。

○数学的な見方や考え方の育成

・仮定に着目して予想したり、結論から一般的に考察したりすることは意識化されているが、仮定と結論の関係に着目することは十分に意識化されていない。

○新たな課題の設定

・生徒が課題①・②を設定した際に、どのような視点で気付きや疑問を出したかについて振り返り、新たな課題を見いだしている。

### 【今後の方向性】

○課題の練り上げのプロセスの共有

・生徒の気付きや疑問が課題として練り上げられるプロセスを見える形でクラス全体で共有することが大切である。このため、生徒の気付きや疑問を取り上げる範囲やその後の対応について、本時の目標と照らし合わせて想定しておく。

○数学的な見方や考え方の育成

・仮定と結論の関係に着目したり、論理的・統一的・発展的に考えたりすることについて、学習の振り返りにおいて生徒自身に言語化させ、意識化できるようにし、教師が評価する。

○設定した新たな課題の活用

・生徒が見いだした新たな課題を単元の目標達成に向けて、単元計画のどの場面で取り上げるのか、またどのようにクラス全体へ返していくのかをあらかじめ検討しておく。