高等学校　数学（数学Ⅱ）の実践事例

◇ **本単元で育成する資質・能力**

日常的な事象を数学的に考察する力（数学的モデル化）

◇ **学年**　　第２学年

◇ **単元名**　微分の考え

◇ **本単元の目標**

微分係数や導関数の意味について理解を深め，導関数を用いて関数の値の変化について考察したり，微分の考えを日常の事象の考察に活用したりすることができる。

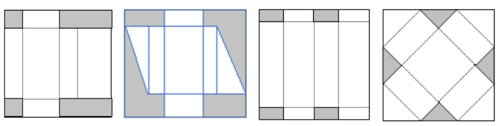
時	本単元の主な学習活動
１・２	導関数を導入し，接線の傾きと関連付けて微分係数の意味を理解する。
３・４	接線の方程式を用いて事象を考察する。
５・６	導関数を利用して関数の増減を調べ，３次関数等のグラフをかく。
７～10	導関数を利用して，最大値・最小値について考察する。(本時) 導関数を利用して，方程式の実数解の個数を調べたり不等式を証明したりする。

［本単元の特徴］
本単元の目標を達成するために，既習事項と関連付けながら，微分の基礎的な知識・技能の習得を図る。また，日常の事象と関連させることで微分の考えの有用性を認識させる。
提示する問題は，実際の箱を用いて複数の展開図を比較させることで，生徒が自ら課題を見いだし，微分の考えを活用することのよさを実感することが可能である。

◇ **本学習の目標**

いろいろな箱の展開図について考察し，展開図をもとに容積を３次関数で表し，微分の考えを活用して容積の最大値を求めることができる。

◇ **学習の流れ（8時間目／全 10 時間）**

学習過程（○教師の発問，●生徒の反応予測）	指導のポイント	評価規準〔観点〕（評価方法）
１　課題を見いだす。 【前時の学習の振り返り】		
１辺の長さが 12cm の正方形の厚紙の四隅から合同な正方形を切り取ってフタのない直方体の箱を作る。箱の容積を最大にするには，切り取る正方形の１辺の長さを何 cm にすればよいか。		
・前時の問題の条件を変えた新たな問題に取り組む。 【本時の問題提示】 １辺の長さが 12cm の正方形の厚紙を用いて作られる，フタのある直方体の箱の容積を調べよう。 【課題の練り上げ】 ○箱の容積を調べるためには，まず何が必要ですか。 ●箱の展開図が必要である。 ○展開図を書いてみて気付くことは何ですか。 ●前時に扱った展開図をもとに書くことができる。 ●対応する辺の長さが等しくなる。 ●展開図は一通りだけだろうか。 ○展開図から箱の容積をどのように調べますか。 ●箱の容積を変数で表す。 ●どの辺の長さを変数でおけばよいか。 ●定義域を調べる。 ●展開図によって箱の容積を表す式は異なる。	・前時の授業内容が定着しているか確認する。 【発問の意図】 前時の問題との違いに着目させ，新たな問題であることを実感させる。 【発問の意図】 いろいろな箱の容積を３次関数を使って調べることにつなげるため，複数の展開図が作成できることに気付かせる。 【発問の意図】 箱の容積を３次関数で表すことができることを確認し，解決の見通しを持たせることで，本時の課題設定につなげる。	
２　課題を設定する。 【課題】どのような展開図なら箱の容積が大きくなるだろうか。（３次関数の最大値を活用して考える。） ・グループで展開図を作る。 **３　課題解決を行う。** ・各グループで作った展開図をもとに，箱の容積を３次関数で表し最大値を調べる。 **４　自分の考え（解決策）を表現する。** ・各グループで作った展開図と箱の容積の最大値を発表する。 ・どのような展開図のときに箱の容積が大きいか確認する。	・展開図が思いつかない場合は箱を実際に見せて具体的に展開図を考えさせる。 ・自ら箱を作らせることで課題を自分事として捉えさせる。 ・他の生徒の展開図やいろいろな箱をみて展開図が複数あることを認識させる。 ・結果をグループや全体で発表させることにより自分の考えと他者の考えを比較させる。	いろいろな箱の展開図を考察することができる。〔数学的な見方や考え方〕(ワークシート，行動観察)
５　振り返りを行う。 ・様々な箱の容積を３次関数で表し，導関数を用いて箱の容積の最大値を求めることができること，見方を変えると直方体は様々な展開図が考えられることについて確認する。 ・箱の容積と展開図をもとに新たな課題を見いだす。	（考えられる展開図と容積の最大値の大小関係） 図１　図２　図３　図４  図２＜図１＜図３＜図４	箱の容積を３次関数で表し，定義域に注意して最大値を求めることができる。〔数学的な技能〕(ワークシート)

【実践結果】生徒の変容

授業におけるビデオ記録，生徒が作成したワークシート等から読み取れる生徒の反応や変容の特徴を，次にまとめる。

1　課題の練り上げの状況（教師の発問，発問の意図，生徒の反応）

教師の発問	発問の意図	生徒の反応
箱の容積を調べるためには，何が必要ですか。	前時の問題との違いに着目させ，新たな問題であることを実感させる。	・前時の問題と比較して，フタがあることに注意しながら展開図が必要であることをほとんど全ての生徒が気付いていた。
展開図を書いてみて気付くことは何ですか。	いろいろな箱の容積を３次関数を使って調べることにつなげるため，複数の展開図が作成できることに気付かせる。	・複数の展開図があることにすぐに気付く生徒は少なく，実際の箱（段ボール等）を見せると気付いていた。 ・箱の表面積が大きくなると容積も大きくなるのではないかと仮説を立てるグループがあった。
展開図から箱の容積をどのように調べますか。	箱の容積を３次関数で表すことができることを確認し，解決の見通しを持たせることで，本時の課題設定につなげる。	・前時の学習内容を生かし，辺を文字で置き，定義域を調べて３次関数を作るという方針を立てることができていた。 ・展開図によって箱の形が変わり容積を表す式も異なることに気付き，どのような展開図のときに箱の容積が大きくなるかという課題を設定した。

2　課題解決の達成状況

展開図がなかなか思い付かない生徒も見受けられたが，実際に箱を見たり作ったりすることで，展開図が複数あることに気付いていた。また，展開図をもとに，どの辺を変数でおけばよいか，どのように式を立てたらよいかについて，自分の考えと他者の考えを比較しながら，容積の最大値を求めることができていた。

3　振り返りにおける生徒の気付き

・次の生徒の記述のように，見方によっていろいろな展開図や式ができることを実感することで，図形や式に着目する視点の幅が広がっていた。

「どの辺を文字で置くかで作る式が異なることが分かった。」

「箱の表面積が大きくなると容積も大きくなるとは限らないことが分かった。」

・次の生徒の記述のように，直方体以外の立体（三角柱，六角柱，円柱，三角錐）の容積の最大値や，容積と表面積の関係について，新たな課題を見いだしていた。

「どの立体の容積が一番大きくなるのか。」

「展開図の切り取る部分の面積によって，容積はどれくらい変わるのか。」

【改善の方向性】

① 箱の容積を式で表す際に，１変数の３次関数で表されるということは，すぐには気付きにくい。まず，「変数は最大いくつ必要ですか。」という発問があれば，容積が３次関数で表され，どの辺を変数としても，同じ展開図では結果は同じになるという見通しが立ち，課題の設定へとつながっていく。

② 生徒が考えた展開図によっては，箱ができない場合も想定される。その際に，展開図の修正をどの場面でどのように行うのかについても，一つの指導のポイントになる。

③ 「箱の表面積が大きくなると容積も大きくなるとは限らないことが分かった。」という振り返りから，「その理由はどうしてか。」といった新たな課題が生徒に生じることが考えられる。既習内容で解決できることと，できないことがあるが，そのような生徒の気付きに今後の学習に向けた示唆を与えることを想定しておく。