

算数，数学

1 これからの算数・数学科教育について

- 小・中・高等学校を通じて、発達の段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする。
- 数量や図形の意味を理解する上で基盤となる素地的な学習活動を取り入れて、数量の意味を実感的に理解できるようにする。
- 発達や学年の段階に応じた反復（スパイラル）による教育課程により、理解の広がりや深まりなど学習の進歩が感じられるようにすること。
- 学習し身に付けたものを、日常生活や他教科等の学習、より進んだ算数・数学の学習へ活用していく。

2 各学校において取組が求められること

小学校

- 新学習指導要領に対応した適切な教育課程を編成し、必要な授業時数を確保する。
 - ・ 平成23年度は、平成22年度の移行措置期間の指導内容と異なることに注意する。
- 新学習指導要領の内容についての理解を深める。
 - ・ 平成23年度の全面実施から新たに加わる内容、新しい学習評価の考え方などについて、「解説」や「評価規準の作成のための参考資料（平成22年11月）」などを基に理解を深める。
 - ・ 新学習指導要領で新たに加わる内容について、教材研究や指導方法の理解を深めるとともに、新しい学習指導要領の趣旨、学習評価の考え方を生かした授業を計画・実践し、その成果を検討するための校内研修等を充実する。
- 評価規準の見直しを行う。
 - ・ 「評価規準の作成のための参考資料（平成22年11月）」を参考に検討する。

中学校

- 平成23年度の移行措置に対応した適切な教育課程を編成し、必要な授業時数を確保する。
 - ・ 平成21年度から第1・2学年で、平成22年度から第3学年で、それぞれ指導内容の一部を変更して実施する。なお、第1・3学年の授業時数は、新教育課程の時数で実施する。
- 新学習指導要領の内容についての理解を深める。
 - ・ 新学習指導要領の趣旨、移行措置で新たに加わる内容、平成24年度の全面実施から新たに加わる内容、新しい学習評価の考え方などについて、「解説」や「評価規準の作成のための参考資料」などを基に理解を深める。
 - ・ 新学習指導要領で新たに加わる内容について、教材研究や指導方法の理解を深めるとともに、新しい学習指導要領の趣旨を生かした授業を計画・実践し、その成果を検討するための校内研修等を充実する。

高等学校

- 平成24年度の移行措置に対応した適切な教育課程を編成し、必要な授業時数を確保する。
 - ・ 新学習指導要領で新たに加わる内容について、教材研究や指導方法の理解を深めるとともに、新しい学習指導要領の趣旨を生かした授業を計画・実践し、その成果を検討するための校内研修等を充実する。
- 新学習指導要領の内容についての理解を深める。
 - ・ 基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着のため、中学校との接続や内容の系統性を一層重視するとともに必修科目を現行の必修科目から「数学Ⅰ」の共通必修に変更。
 - ・ 国際的な通用性、内容の系統性の確保の観点から統計に関する内容を充実し、統計活用力を育成するとともに、知識・技能を活用する力を育成し、数学のよさを認識させるため、「数学Ⅰ」及び「数学A」の内容に〔課題学習〕を設置する。
 - ・ 教科目標で「数学的活動」を一層重視することや「学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること」など「数学的活動」の配慮事項を学習指導要領に規定。

3 算数科，数学科における言語活動の充実

- ・ 根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。
- ・ 算数的活動・数学的活動を通して、自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりするなどの学習活動を積極的に取り入れる。

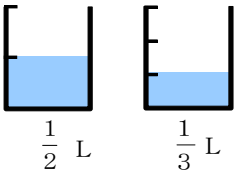
小学校 算数科 の事例

設定した言語活動を通して育てたい力

- 分数の性質に着目して計算の仕方を考え、算数の用語を使って筋道立てて説明することができる。

思考力、表現力の育成

- 学年 第5学年
- 単元名 分数のたし算とひき算
- 本時の目標 異分母分数のたし算の計算の仕方を知ることができる。
- 学習の流れ (1時間目/全10時間)

学習活動	指導上の留意事項	評価規準〔観点〕 (評価方法)
<p>1 問題を知り、学習課題を設定する。</p> <p>2つの入れものに、□Lと○Lのジュースが入っています。あわせると何Lですか。</p>	<p>・□と○に数値を代入することによって、既習事項(同分母分数のたし算の仕方)を確認するとともに、既習と本時の学習(異分母分数のたし算)との違いを明確にし、学習課題を導く。</p> <p>① □ = $\frac{1}{5}$, ○ = $\frac{2}{5}$ のとき $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ ($\frac{3}{5}$ L)</p> <p>② □ = $\frac{1}{2}$, ○ = $\frac{1}{3}$ のとき $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$</p>	
<p>分母がちがう分数のたし算の計算の仕方を考えよう。</p>		
<p>2 既習の内容を基に、たし算の仕方を考え、説明し合う。</p> <p>⑦ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$</p> <p>⑧ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$</p>	<p>・図を用いて考えることができるように、液量を示したワークシートを配布する。</p> 	<p>・既習の内容に帰着して、通分を用いた異分母分数のたし算の仕方を考えている。 〔数学的な考え方〕(ワークシート、ノートへの記述)</p>
<p>言語活動の充実</p>		
<p>・⑦は、和が半分より小さくなっています。$\frac{1}{2}$と$\frac{1}{3}$をたしたのに、半分より小さくなるのはおかしいと思います。</p> <p>・もし、⑦が正しかったら、⑧は$\frac{3}{10}$になります。だから、ちがうと思います。</p> <p>・分母が同じなら計算することができます。だから、通分して分母をそろえればよいと思います。</p>		
<p>3 適用題を解く。</p>	<p>・⑦の方法で計算したときの矛盾点に気付かせる。</p> <p>・既習の計算と同様に、分母をそろえればよいことに気付かせる。</p> <p>・計算練習とともに、計算の仕方についても、ペアで説明し合わせる。</p>	
<p>4 本時の学習を振り返る。</p> <p>5 家庭学習を確認する。</p>	<p>・本時の目標に即した振り返りをさせる。</p> <p>・本時の内容に関する課題を提示する。</p>	

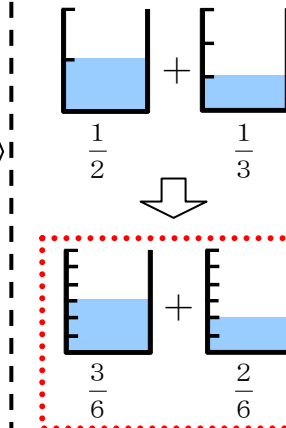
指導のポイント

図と式を関連付けながら、計算の根拠や意図を明確にして説明させる

- 図と式を関連付け、計算の仕方のイメージをもたせましょう。実感を伴って理解させることが大切です。
- なぜそのように計算したのか、根拠や意図を明らかにし、筋道立てた説明のためのモデルを作りましょう。その際、算数の用語を適切に使わせることも大切です。
- 聞いている人に分かりやすく伝えるために、図を指し示しながら説明させましょう。

図と式を関連付け、計算の根拠や意図を明確にした説明

改善



計算の順序のみの説明

分母が同じ分数どうしなら、計算ができます。だから、分母をそろえるために通分します。

2と3の最小公倍数は6です。分母を6にするために、 $\frac{1}{2}$ の分母と分子に3を、 $\frac{1}{3}$ の分母と分子に2をかけます。

図で説明すると、分母をそろえるということは、このように、どちらの目盛りも6にそろえることです。そして、「 $\frac{1}{6}$ のいくつ分」と考えます。

すると、 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$ となり、分母が同じ分数にできたので、計算することができます。

繰り返し説明する活動を取り入れる

- 適用題では、計算練習による定着とともに、計算の根拠や意図を明らかにして説明する活動を設定しましょう。このような説明する活動を繰り返し、計算の意味理解を深めるとともに、筋道立てた思考を定着させましょう。
- 一人一人が、繰り返し「話すこと」「聞くこと」ができるように、ペア学習を取り入れるなど学習形態を工夫しましょう。
- 説明を聞くときには、計算の順序のみの説明ではなく、計算の根拠や意図を明確にした説明になっているか等の視点を示して聞かせるようにしましょう。

分母が同じ分数どうしなら、計算ができます。

だから、分母をそろえるために通分します。

○と□の最小公倍数は△です。分母を△にするために、……。

新学習指導要領では

言葉、数、式、図、表、グラフを用いて考えたり、説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりする活動を重視

- 今回の改訂では、各学年の内容の指導に当たっては、「算数的活動を通して」行うことがより明確に示されました。また、算数的活動とは、作業的・体験的な活動などに限られるものではなく、算数の知識をもとに発展的・応用的に考える活動や、考えたことなどを表現したり、説明したりする活動も含まれると示されています。
- 本事例では、まず、図と式を関連付け、計算のイメージをもたせ、根拠や意図を明らかにして説明させます。そして、適用題においても、繰り返し、その説明をさせることで、計算の意味理解を深めるとともに、計算技能の定着を図ります。また、見通しをもち筋道立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりする力を育成することができます。

中学校 数学科 の事例

設定した言語活動を通して育てたい力

○ 文字を用いた式を使って命題が成り立つことを考え、**数学的な表現を用いて説明することができる。**

思考力、表現力の育成

- 学年 第2学年
- 単元名 式の計算
- 本時の目標 連続する2つの奇数の和について成り立つ性質を、文字を用いた式を使って一般的に説明することが必要であることを理解するとともに、その方法について考えることができる。
- 学習の流れ (10時間目/全13時間) ※文字を用いた式を使った説明の1/2時間目

学習活動	指導上の留意事項	評価規準〔観点〕 (評価方法)
1 既習事項を確認する。	・偶数、奇数、倍数、連続する二つの奇数などについて、文字を用いた式の表し方を確認する。視覚的にイメージしやすくするために、図も用いて確認する。	
2 成り立つ性質を予想する。 ・8の倍数です。 ・4の倍数かも…	・連続した二つの奇数の和について成り立つ性質を予想させ、他の場合についても、「予想した性質が成り立つかどうか」と問うことで、考えをゆさぶる。	
連続した2つの奇数の和が4の倍数になることを説明しよう。		
3 説明の方法を検討する。 生徒A「たくさん計算して、確かめます。」 生徒B「文字式を使って説明すればいいと思います。」 生徒C「図を使って説明します。」 生徒Aに対して…「たくさん計算しても、全ての場合を確かめることにならないと思います。」 生徒Cに対して…「図だけで、全ての場合を説明することができますか。」	・具体的な数や図だけを使っても、4の倍数になることを確かめることはできるが、一般的な説明にはならないことから、文字を用いた式を使った説明の必要性に気付かせる。	
4 4の倍数になる理由を文字式や図を使って考える。	・連続する二つの奇数が $2n+1$ 、 $2n+3$ と表されることを確認する。 ・各自で4の倍数になる理由を考えさせる。	・文字式や図を用いて表現したり、その意味を読み取ったりして、命題が成り立つことを説明することができる。 〔数学的な見方や考え方〕 (ノート、行動観察)
5 考えを交流する。 生徒Bに対して…「これなら全ての場合が言えそうです。でも、 $(2n+1)+(2n+3)=4n+4$ となることで、どうして4の倍数と言えるのですか。」 生徒D「C君の図と文字式を使って考えました。」 生徒BとDの考えを関連させて…「D君の図を見ると、 $4n+4$ が4の倍数になることが分かりやすいです。」	・ $4n+4$ が4の倍数になる理由を、文字式と図を関連付けて確認し、文字を用いた式を使った形式的な説明の方法を理解させる。	・文字を用いた式を使った説明の必要性と意味を理解している。 〔数量や図形についての知識・理解〕 (行動観察、発言、自己評価表)
6 文字を用いた式を使った説明の方法と意味を確認する。	・本時は、文字を用いた式を使った説明の導入なので、説明の方法を理解することに重点を置く。次時では、本時の説明を基に、自分で文字を用いた式を活用することができるようにする。	
7 本時の活動を振り返る。	・本時のねらいに即して自己評価を行わせる。	
8 家庭学習を確認する。	・本時の内容に関する課題を提示する。	

言語活動の充実

言語活動の充実

指導のポイント

生徒の思考・判断を促す問題提示の工夫をする

結論を示した問題提示

「連続した2つの奇数の和が4の倍数になることを説明しよう。」

結論を予想させる問題提示
(容易に結論を見いだせる)

「連続した2つの奇数の和について考えよう。」
例 $1+3=4$
 $3+5=8$
 $5+7=12$

結論を予想する際に思考、判断させる問題提示

「連続した2つの奇数の和について考えよう。」
例 $3+5=8$
 $7+9=16$
 $11+13=24$

T「これらに共通する性質は？」
S「8の倍数だと思います。」
T「本当にそう言える？ 他の場合も言えるかな？」

- 最初に結論や解決方法を提示するのではなく、**生徒の思考を促し、判断させるような問題提示の仕方を工夫**しましょう。
- 問題の数値を工夫することで、結論を導くためには一般的な説明が必要であることを気付かせ、**文字を用いた式を使った説明の意味**を理解させましょう。

あれ？
 $5+7=12$ だから
8の倍数にならないなあ。
4の倍数かも…

文字式と図を関連付けて考えさせ、説明し合わせる

- まず、連続した二つの奇数の和が $(2n+1)+(2n+3)$ と表せることを確認し、なぜ、4の倍数になるのか、文字式や図を使って**各自の考えを説明**させましょう。
- そして、「 $4n+4$ が4の倍数になる理由」を、互いの説明を基に、**文字式と図を関連付けて考えさせ、説明し合わせ**ましょう。

互いの説明を関連付けて再思考させることで、生徒は、図をイメージしながら自分の考えを整理することができ、徐々に根拠を明らかにし筋道立てて考え、自分のことばで説明できるようになります。

文字式と図で考えました。
 $4n+4$ が4の倍数になることを図を使って説明します。
 $4n+4$ は図で表すと、 $4(n+1)$ と表せることが分かります。
だから、 $4n+4$ は4の倍数になります。

生徒Dの説明

「なぜ、4の倍数になるのか、図を基に考え、説明してみよう。」

生徒Bと生徒Dの説明を関連付けて

D君が説明したように、●を1つ動かすと、4つずつの束が $(n+1)$ 個になります。だから、 $(2n+1)+(2n+3)$ は4の倍数になることが分かります。
式でも、 $4n+4=4(n+1)$ と表されるから、4が $(n+1)$ 個あるということなので、4の倍数になると言えます。

生徒Dの説明に対して

D君の説明は、式と図を関連させているので、 $4n+4$ と $4(n+1)$ が等しいことがよく分かりました。
 $4n+4$ だけでは4の倍数になることを最後まで説明したことになるので、式を $4(n+1)$ と表さなければいけない理由も分かりました。

- 聞く側の生徒には、**自分の考えと比較**しながら聞かせ、4の倍数になる理由が納得できたかということを**振り返ら**せましょう。聞く視点も明確になり、話す側、聞く側の相互の学習内容の理解が深まります。

新学習指導要領では

数学的活動の一つとして、「**数学的に説明し伝え合う活動**」を例示

- 今回の改訂では、目標に「数学的活動を通して」の文言が加えられ、数学的活動の一つに「**数学的に説明し伝え合う活動**」が示されています。この活動により、論理的に考え、表現する力をはぐくんでいきます。
- 学習活動2、3では、文字を用いた式を使った説明の必要性に気付かせます。学習活動5では、思考の過程と判断の根拠を説明し合う活動を取り入れています。数の性質を**式や図を用いて考え、図を基に説明し合わせる**ことで、自分の考えを深化させ、**根拠を明らかにし筋道立てて考え、説明**することができるようになります。また、文字を用いた式を使った説明の意味とよりよい説明の方法を理解することができます。

高等学校 数学科 の事例

設定した言語活動を通して育てたい力

- 他者の解答の数学的推論の論拠を議論し、根拠に基づいた一般性のある考えや論証を構成することができる。
- 推論を言葉で表現することで、正しい数学的推論によって得られた結果に基づいて合理的に判断することができる。

思考力、表現力、判断力の育成

- 科目 数学II
- 学年 第2学年
- 単元名 いろいろな式
- 本時の目標 不等式の証明を通じて数学の論証についての理解を深め、具体的な問題解決に不等式を活用して、筋道を立てた論証をすることができる。

□ 学習の流れ (14時間目/全14時間)

学習活動	指導上の留意事項	評価規準〔観点〕 (評価方法)
1 他者の解答について納得できるかどうかを考える。	<ul style="list-style-type: none"> ・前時の課題の解答例を1つ取り上げて、解答において納得のできない部分をワークシートに書き込ませる。 ・既習事項(等号成立・必要十分条件)について留意する。 	
2 解答において納得できない部分はなぜかをグループで討議する。	<ul style="list-style-type: none"> ・論理の展開についても注意を払うように指示する。 ・お互いに意見を述べる際には、根拠を明確にして説明するように促す。 ・論理の筋道が正しいかどうか、推論の必要十分性についても吟味するように促す。 	<ul style="list-style-type: none"> ・不等式の証明を通じて数学の論証についての理解を深め、具体的な問題解決に不等式を活用して、筋道を立てた論証をすることができる。〔数学的な見方や考え方〕(行動観察・発言、ワークシートの記述)
3 解答を修正する。 ○ 個人で考える。 ○ 修正した解答をグループ内で討議する。	<ul style="list-style-type: none"> ・修正する際に、根拠を記述させる。 ・他者の意見から修正すべき部分の追加を記入させる。 	
4 修正した解答を3グループの代表者が説明する。	<ul style="list-style-type: none"> ・他のグループにも参考となる考えを発表させる。 ICT(書画カメラ)を活用してポイントを明確にする。 	
5 本時のまとめと次時の予告 ○ 本時の学習を振り返り、次時までの課題を確認する。	<ul style="list-style-type: none"> ・〔解答〕を作成する際に、他者を説得できるような根拠に基づいた明確な論理を展開し、言葉の説明文を記述する。 ・(課題)傍用問題集を用いて演習を行い、学習内容を定着させる。 	

言語活動の充実

指導のポイント

論理を明確に表現するためワークシートを工夫する

- 問題演習においては正解を提示しがちですが、生徒が自分の作成した解答を客観的に捉え直すことができるように、生徒の解答例を取り上げたり、思考過程を記入させるなど、ワークシートを工夫してみましょう。

解答を提示

工夫

思考の振り返りができるワークシートを工夫



いろいろな式(不等式の証明とその応用) 論理を明確にしよう

次に〔問題〕と、その〔解答例〕がある。〔解答例〕の中で自分が納得できない部分をさがしてみよう。また、どのように修正すればよいか。

〔問題〕(1) a, b, c, x, y, z は実数とする。次の不等式を証明せよ。

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

(2) (1) の不等式を用いて次の命題が常に成り立つような正の実数 k の最小値を求めよ。

命題: $x^2 + y^2 + z^2 \leq k$ ならば $x + y + z \leq k$

〔解答例〕

(1) $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax + by + cz)^2$

$$= (ay - bx)^2 + (bz - cy)^2 + (cx - az)^2$$

$$(ay - bx)^2 \geq 0, (bz - cy)^2 \geq 0, (cx - az)^2 \geq 0$$

であるから

$$(ay - bx)^2 + (bz - cy)^2 + (cx - az)^2 \geq 0$$

よって $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$

(2) (1) において、 $a = b = c = 1$ を代入すると、

$$3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + y + z)^2$$

が成り立つ。 $x^2 + y^2 + z^2 \leq k$ であるから、

$$(x + y + z)^2 \leq 3k$$

すなわち、 $x + y + z \leq \sqrt{3k}$

よって、 $\sqrt{3k} = k$

$$3k = k^2$$

k は正の数であるから $k = 3$ 答 $k = 3$

〔納得できない部分〕(理由も記入する)

〔修正したもの〕(根拠も記入する)

例: 等号が成り立つのはどのようなときかをきちんと書く必要がある。

活用において体系的な思考を深める振り返りを取り入れる

- 既習事項の振り返りをさせることによって、根拠が何であるかを明確にでき、それを記述させることによって、推論が正しいかどうか判断できるようになります。また、このような取組みによってグループ内で他者を説得し、説明し合う活動も充実します。

新学習指導要領では

「数学的活動」で、自らの考えを根拠を明らかにして説明することを重視

- 今回の改訂で、数学的活動を一層重視し、「自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。」として数学的活動を通して思考力・表現力を目指しています。
- 本事例では、「問題の解決で、誤った解答に対しては、どこが誤りか、誤っていると言える理由は何か、どこをどのように修正すれば正答になるかなどを生徒に考えさせ説明させる。」ことによって、自ら推測した考えを数学的に立証し、他者と自己の論拠・推論とを比較し、論証の内容・表現・質を相互に評価し、より一般性のある考えや論証を構成することができるようになります。