高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
1	$\sqrt{4a^2-4a+1}+\sqrt{a^2+6a+9}$ $=\sqrt{(2a-1)^2}+\sqrt{(a+3)^2}$ $=\lvert 2a-1\rvert+\lvert a+3\rvert$ [1] $a \geqq \frac{1}{2}$ のとき $\lvert 2a-1\rvert+\lvert a+3\rvert=2a-1+a+3=3a+2$ [2] $-3 \leqq a<\frac{1}{2}$のとき $\lvert 2a-1\rvert+\lvert a+3\rvert=-(2a-1)+a+3=-a+4$ [3] $a<-3$ のとき $\lvert 2a-1\rvert+\lvert a+3\rvert=-(2a-1)-(a+3)=-3a-2$ したがって $a \geqq \frac{1}{2}$ のとき　$3a+2$ $-3 \leqq a<\frac{1}{2}$のとき　$-a+4$ $a<-3$ のとき　$-3a-2$		１２
2	赤玉が１個である確率は $\frac{{}_5C_1 \times {}_4C_3}{{}_9C_4}=\frac{20}{126}$ 赤玉を取り出さない確率は $\frac{{}_4C_4}{{}_9C_4}=\frac{1}{126}$ したがって，求める確率は $1-\left(\frac{20}{126}+\frac{1}{126}\right)=\frac{5}{6}$		１１
3	$\triangle$APB は $\angle$BAP $=90^\circ$ の直角三角形であるから $\mathrm{AB}=\frac{\mathrm{AP}}{\tan 30^\circ}=300\sqrt{3}$ $\triangle$APC は $\angle$CAP $=90^\circ$ の直角三角形であるから $\mathrm{AC}=\frac{\mathrm{AP}}{\tan 60^\circ}=100\sqrt{3}$ $\triangle$ABC において余弦定理より $\mathrm{BC}^2=(300\sqrt{3})^2+(100\sqrt{3})^2-2\times 300\sqrt{3}\times 100\sqrt{3}\times\cos 120^\circ$ $=9\times(100\sqrt{3})^2+(100\sqrt{3})^2+3\times(100\sqrt{3})^2$ $=13\times(100\sqrt{3})^2$ $\mathrm{BC}>0$　より $\mathrm{BC}=100\sqrt{39}$　(m)		１２

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{4}$	$x>0$，$y>0$ であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により，$\dfrac{x+y}{2} \geqq \sqrt{xy}$ 両辺の $\dfrac{1}{2}$ を底とする対数をとると $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x+y}{2} \leqq \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{xy}$ （右辺）$=\log_{\frac{1}{2}}(xy)^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}xy=\dfrac{1}{2}\left(\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}y\right)$ したがって　$\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x+y}{2} \leqq \dfrac{1}{2}\left(\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}y\right)$ 等号成立は，$x=y$ のときである。		１５
$\boxed{5}$	$a_{n+1}-a_n=2n+2$ $n \geqq 2$ のとき $a_n=2+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}(2k+2)$ $\quad=2+2\cdot\dfrac{1}{2}n(n-1)+2(n-1)$ $\quad=n^2+n$　・・・① 初項は $a_1=2$ なので，①は $n=1$ のときも成り立つ。 したがって，一般項は $a_n=n^2+n=n(n+1)$ このとき $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{a_n}$ $=\dfrac{1}{1\cdot2}+\dfrac{1}{2\cdot3}+\dfrac{1}{3\cdot4}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}$ $=\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\cdots\cdots+\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$ $=1-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n}{n+1}$		１５
$\boxed{6}$	$\mathrm{DP}:\mathrm{PF}=s:(1-s)$ とすると $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OD}}+s\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\dfrac{2}{3}(1-s)\vec{a}+\dfrac{s}{2}\vec{b}$　・・・① また，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{CE}}=\dfrac{1}{4}\vec{a}+\vec{b}$ ３点Ｏ，Ｐ，Ｅ は一直線上にあるので $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=k\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{k}{4}\vec{a}+k\vec{b}$　・・・②　となる実数 k がある。 ①，②から　$\dfrac{2}{3}(1-s)\vec{a}+\dfrac{s}{2}\vec{b}=\dfrac{k}{4}\vec{a}+k\vec{b}$ ここで，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で，かつ $\vec{a}$，$\vec{b}$ は平行でないから $\dfrac{2}{3}(1-s)=\dfrac{k}{4}$，$\dfrac{s}{2}=k$ これを解いて　$s=\dfrac{16}{19}$，$k=\dfrac{8}{19}$ したがって　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{2}{19}\vec{a}+\dfrac{8}{19}\vec{b}$		１５

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
7	$m^2-(n+2)m+3n+5=0$ より $m^2-nm-2m+3n+5=0$ $n(m-3)=m^2-2m+5$ ・・・① $m=3$ のとき，①は成り立たないので，$m \neq 3$ $n=m+1+\dfrac{8}{m-3}$ n が自然数となるためには，$m-3$ が 8 の約数でなければならない。 よって $m-3=-8,\ -4,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 4,\ 8$ m は自然数より $m=1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 11$ また，n は自然数より，求める自然数の組 $(m,\ n)$ は $(m,\ n)=(4,\ 13),\ (5,\ 10),\ (7,\ 10),\ (11,\ 13)$		１５
8	$f(x)$ の定義域 $x>0$ において $f'(x)=\log x+1-2ax$ の符号が変化しなければよい。 $f'(x)$ の増減を調べると [1] $a \leqq 0$ のとき $\displaystyle\lim_{x\to+0} f'(x)=-\infty,\ \lim_{x\to\infty} f'(x)=\infty$ より 定義域において，$f'(x)$ の符号は負から正へ変化するから $f(x)$ は極値をもつ [2] $a>0$ のとき $f''(x)=\dfrac{1}{x}-2a$ より $0<x<\dfrac{1}{2a}$ のとき，$f''(x)>0$ であり，$f'(x)$ は単調に増加する。 $x>\dfrac{1}{2a}$ のとき，$f''(x)<0$ であり，$f'(x)$ は単調に減少する。 また $\displaystyle\lim_{x\to+0} f'(x)=-\infty$ $f'(x)$ の符号に変化がないようにするには $f'\left(\dfrac{1}{2a}\right)=\log\dfrac{1}{2a} \leqq 0$ すなわち，$a \geqq \dfrac{1}{2}$ であればよい。 [1]，[2] より，a の値の範囲は $a \geqq \dfrac{1}{2}$		１５

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th colspan="2">正　　答　〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配　点</th></tr>
<tr><td>$\boxed{9}$</td><td colspan="2">

$\beta \fallingdotseq 0$ であるから，等式の両辺を β^2 で割ると

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2-2\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)+2=0$$

ここで，$z=\dfrac{\alpha}{\beta}$ とおくと

$$z^2-2z+2=0$$
$$z=1\pm i$$

よって $\dfrac{\alpha}{\beta}=1\pm i$

$$\alpha=(1\pm i)\beta=\sqrt{2}\left\{\cos\left(\pm\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\pm\frac{\pi}{4}\right)\right\}\beta$$ （複号同順）

よって，点Aは，点Bを原点のまわりに $\pm\dfrac{\pi}{4}$ だけ回転し，原点からの距離を $\sqrt{2}$ 倍した点である。

したがって，$\triangle$OABは $\angle\mathrm{B}=\dfrac{\pi}{2}$ の直角二等辺三角形である。

</td><td></td><td colspan="2">15</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$\boxed{10}$</td><td>（ア）</td><td>

$$\frac{\sin 2\theta+3}{\cos 2\theta+1}=\frac{2\sin\theta\cos\theta+3}{2\cos^2\theta}$$

$$=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$=\tan\theta+\frac{3}{2}(1+\tan^2\theta)$$
$$=\frac{3}{2}\tan^2\theta+\tan\theta+\frac{3}{2}$$
$$=\frac{3}{2}\left(\tan\theta+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{4}{3}$$

$0\leqq\theta<2\pi$ より，$\tan\theta$ の値の範囲は実数全体である。

したがって，最小値は $\dfrac{4}{3}$

</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">各
15
×
2</td><td rowspan="2">30</td></tr>
<tr><td>（イ）</td><td>

点A$(-1,-3)$，点P$(\cos 2\theta,\sin 2\theta)$ とおく。

$\dfrac{\sin 2\theta+3}{\cos 2\theta+1}$ は，直線APの傾きを表す。

この傾きを m とすると，直線 AP の方程式は

$$y+3=m(x+1)$$

$$mx-y+m-3=0 \quad \cdots ①$$

また，点 P は円 $x^2+y^2=1$ ・・・② 上の点だから

①と② が共有点をもつ条件は

$$\frac{|m-3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}\leqq 1$$

$$|m-3|\leqq\sqrt{m^2+1}$$

$$m^2-6m+9\leqq m^2+1$$

$$m\geqq\frac{4}{3}$$

したがって，最小値は $\dfrac{4}{3}$

</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　答　例	採点上の注意	配点	
11	（１）	関数 $f(x)$ において， 極限値 $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するとき，その極限値を $f(x)$ の $x=a$ における微分係数という。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１０	２０
	（２）	微分係数と平均変化率の関係について具体例を通して考察させるとともに，微分係数を関数のグラフの接線と関連付けて考察させる指導を行う。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１０	
12	（１）	$\sqrt{x+2}=x$　・・・①　の両辺を２乗して $x+2=x^2$ $x^2-x-2=0$ $(x-2)(x+1)=0$ $x=-1,\ 2$ $x=-1$　は，①を満たさない。 $x=2$　は，①を満たす。 したがって，求める解は　$x=2$		5	１５
	（２）	両辺を２乗して得られた方程式の解のうち，$x=-1$　はもとの方程式を満たさないことを確認させ，解の誤りに気付かせる。さらに，式変形において同値でない箇所を考えさせたり，与えられた方程式の解が，関数 $y=\sqrt{x+2}$ のグラフと直線 $y=x$ の共有点の x 座標であることを確認させたりする。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１０	
13		クラスの生徒について，100ｍ走と走り幅跳びの計測記録を収集し，散布図に表したり相関係数を求めたりして，これらのデータの間の傾向をとらえさせる。	問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。	１０	