

10 問題解決の構想と結果の振り返り 通過率 31.2%

10 あるドッジボールの大会で、5チームが他のすべてのチームと1回ずつ試合をして、
下の表のような結果になりました。

| | 勝った試合数 | 負けた試合数 | 引き分けた試合数 |
|------|--------|--------|----------|
| Aチーム | 1 | 2 | 1 |
| Bチーム | 2 | 0 | 2 |
| Cチーム | 2 | 2 | 0 |
| Dチーム | 0 | 3 | 1 |
| Eチーム | 3 | 1 | 0 |

この大会では、次のようにして順位が決まりました。

順位の決め方

1試合ごとに勝ったチームに3点、負けたチームに0点、引き分けると両チームに1点ずつ与え、合計点数の多いチームを上位として順位を決める。

この大会の順位は、上の順位の決め方から、

勝った試合数を a 、引き分けた試合数を b とするとき、 $3a+b$ の値で決まります。

あゆみさんは、この大会の順位の決め方について、次のように言っています。

負けたチームを0点とすることを変えずに、勝った場合や引き分けた場合に与える点数を変えると、順位が変わると考えて、新しい式をつくりました。
その式で合計点数を計算すると、BチームとEチームの合計点数が同じで、両チームが1位になりました。

BチームとEチームの合計点数が同じで、両チームが1位になるような式を a 、 b を使って表しなさい。また、その式でBチームとEチームが同点で1位になることを説明しなさい。

(理由の正答の条件)

次の (a)、(b)、(c) について記述しているもの

- (a) BチームとEチームが同点になることを示す計算など
- (b) BチームとEチームが1位になることを示す計算など
- (c) BチームとEチームが同点で1位になるという結論

(正答例)

合計点数を求める式を、 $2a+b$ とするとき

Aチームは、 $2 \times 1 + 1 \times 1 = 3$ 、Bチームは、 $2 \times 2 + 1 \times 2 = 6$

Cチームは、 $2 \times 2 + 1 \times 0 = 4$ 、Dチームは、 $2 \times 0 + 1 \times 1 = 1$

Eチームは、 $2 \times 3 + 1 \times 0 = 6$

したがって、合計点数を求める式を $2a+b$ とすると、BチームとEチームは同点で1位となる。

問題の趣旨

新しい順位の決め方を考えて文字式で表し、その式を用いてBチームとEチームが同点で1位になる理由を説明する問題である。ここでは、新たな条件が与えられたときに、問題解決のための構想を立て、結果を振り返りながら、自分の考えを数学的な表現を用いて説明することが求められる。与えられた式 $3a+b$ の各項の係数を変えるなど、新しい順位の決め方を考察し、その式を用いて2チームが同点で1位になる理由を説明できるかどうかをみる。

学習指導要領における領域・内容

[第1学年] A 数と式

(2) 文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を培うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。

エ 数量の関係や法則などを文字を用いた式に表すことができることを理解し、式を用いて表したり読み取ったりすること。

主な誤答等

| 主な誤答例 | 割合(%) |
|---|-------|
| 式は $2a+b$ と正答であるもののBチームとEチームが同点になることを示す計算についてのみ記述しているもの (例) Bチームは、 $2 \times 2 + 2 = 6$ 、Eチームは、 $2 \times 3 + 0 = 6$ | 11.2 |
| 式が誤答であるもの | 25.1 |
| 無解答 | 27.2 |

これまでの全国学力・学習状況調査から明らかになったこと

平成 19 年度全国学力・学習状況調査数学 B 問題 3 問題解決の構想と結果の振り返り (サッカー大会) 正答率 42.9%

3 あるサッカー大会では、5 チームが他のすべてのチームと 1 回ずつ試合をし、下の表のような結果になりました。

| | 勝った試合数 | 負けた試合数 | 引き分けた試合数 |
|-------|--------|--------|----------|
| P チーム | 2 | 2 | 0 |
| Q チーム | 3 | 1 | 0 |
| R チーム | 2 | 0 | 2 |
| S チーム | 0 | 3 | 1 |
| T チーム | 1 | 2 | 1 |

この大会では、次のようにして順位が決まりました。

順位の決め方

1 試合ごとに勝ったチームに 3 点、負けたチームに 0 点、引き分けると両チームに 1 点ずつ与え、合計点数の多いチームを上位として順位を決める。

(3) この大会の順位は、前ページの順位の決め方から、

勝った試合数を a 、引き分けた試合数を b とするとき、 $3a + b$ の値で決まります。

麻衣さんは、この大会の順位の決め方について、次のように言っています。

負けたチームは 0 点とすることを変えずに、勝った場合や引き分けた場合に与える点数を変えると、順位が変わると考えて、新しい式をつくりました。その式で合計点数を計算すると、Q チームと R チームの合計点数が同じで、両チームが 1 位になりました。

Q チームと R チームの合計点数が同じで、両チームが 1 位になるような式を a 、 b を使って表しなさい。また、その式で、Q チームと R チームが同点で 1 位になることを説明しなさい。

平成 25 年度全国学力・学習状況調査算数 B 問題 4 (3) 情報の解釈と筋道立てた表現 (サッカー) 正答率 53.9%

3) ひろきさんは、町内のサッカー大会に参加しました。

町内には、東、西、南、北の 4 つのチームがあり、ひろきさんのチームは北チームです。1 つのチームは、ほかのチームと 2 試合ずつ行い、全部で 6 試合しました。

順位の決め方は下のとおりです。

順位の決め方

- ・勝ち点の合計が高いチームを上位の順位にします。
- ・勝ち点は、1 試合ごとに、勝つと 3 点、引き分けると 1 点です。

勝ち点の合計を求める式

$$3 \times \text{勝った試合の数} + 1 \times \text{引き分けた試合の数}$$

- ・勝ち点の合計が同じときは、勝った試合の数が多いチームを上位の順位にします。

試合結果は次の表のとおりです。

試合結果

| チーム | 勝った試合の数 | 引き分けた試合の数 | 負けた試合の数 | 勝ち点の合計 (点) |
|-----|---------|-----------|---------|------------|
| 東 | 2 | 4 | 0 | 10 |
| 西 | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 南 | 2 | 2 | 2 | 8 |
| 北 | 3 | 0 | 3 | |

北チームの順位は何位ですか。「勝ち点の合計を求める式」をもとに式を書き、勝ち点の合計と順位を書きましょう。

課題

- 与えられた表から必要な情報を読み取り、新しい順位の決め方を考案し、それを文字を用いて表現し、その式が条件を満たすことを説明すること。

指導のポイント

- 事柄が成り立つ理由を、数学的な表現を用いて適切に説明できるようにする。

- ・ 2 チームが同点で 1 位になる理由を説明するためには、そのことを示す計算結果に加え、この 2 チームが「同点で 1 位になる」という結論を記述させましょう。



B チームは、 $2 \times 2 + 2 = 6$
E チームは、 $2 \times 3 + 0 = 6$
だから、B チームと E チームが同点で 1 位です。



計算では、同点であることは分かりますが、1 位になるという結論にはなっていませんね。結論をいうためには、どんな記述が必要ですか。

- 文字式を用いた説明や図形の証明の学習場面に限らず、事柄が成り立つ理由を説明できるようにする。
 - ・ 特定の領域や単元だけでなく、事柄が成り立つ理由を説明させる活動を通して、結論と結論を導く根拠の両方を述べる機会を意図的・計画的に設定しましょう。