

調査結果の分析をふまえた指導改善のポイント

中学校数学B問題 4 - (1)(2)

【単元名】 図形の相似 (第3学年)

調査結果からみる課題

【課題となる力】

証明を振り返って評価する力, 評価にもとづいて証明を改善する力

【指導上の課題】

証明を考える際, 見た目の判断だけでなく, 根拠にもとづいて考えさせる意識を定着させる指導が不十分である。

証明を読んで適切かどうか判断し, よりよい記述や表現の仕方を考える活動が不十分である。

指導改善のポイント

三角形の相似条件を使った相似の証明を理解する

【指導の工夫】



根拠にもとづいて推論を進めていくために, 情報過多な図形や紛らわしい図形を提示する。



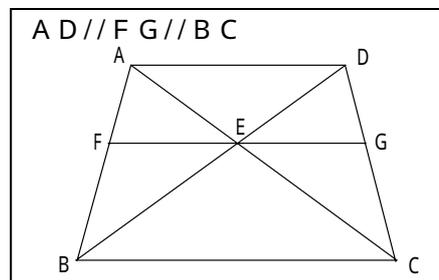
よりよい記述や表現の仕方を考えさせるために, 誤った証明を読ませ, 適切かどうかを判断させる。

この図の中に, 三角形はいくつあるでしょうか。

問題の提示において, 情報過多な図形の構成要素を意識させる。

三角形の数を考えさせることで, 三角形の相似に必要な図の見方を養う。

【三角形の確認】全ての三角形を提示する。



相似な関係にある三角形を見つけ, その理由を考えましょう。



情報過多な図形から, 根拠に基づいて相似な三角形を見つけ出させる指導の工夫
見た目の判断だけでなく, 根拠があるかどうかを確認させる。

自分の考えをもたせる。

相似な関係にある三角形を見つけ, 証明を書く。

グループで自分の考えを出し合い, 交流する。

個人で考えたことをグループで話し合い, より多くの相似な関係を見つけ, 考えを確認する。



証明を評価する活動の工夫

誤答をとりあげ, 証明が適切かどうかを判断させる。

正しい証明のよい点や誤った証明の改善すべき点をノートに書かせ, 発表させる。

中学校第3学年数学科学習指導案

単元名：図形の相似



単元について

学習指導要領には、「図形の相似や三平方の定理について、観察、操作や実験を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす。」と示されている。拡大、縮小、縮尺は、日常生活の中で触れることもあり、感覚的には理解しやすい内容であるが、論理的に考察することは、小学校の授業では未習事項である。また、三角形の相似条件につながる三角形の合同条件を第2学年で学習し、証明のしくみや合同の証明などについて論理的に考察することを学習している。この単元では、さらに三角形の相似条件を用いた図形の性質の論証や、数学的な推論の意義と方法について理解を深める。

全国学力・学習状況調査結果からみる課題

B 主として「活用」に関する問題 4(1)(2)

(1) 問題の概要

図形についての証明を読み、証明を振り返って評価することやその評価に基づいて証明を改善する問題である。

(2) 出題の趣旨

証明における仮定と結論の意味を理解し、与えられた証明の中にある誤り（結論になっている要素を証明の中に使用する）を指摘し、筋道が通るように証明を正しく書き直すことが必要な問題である。つまり、自分や他者が行った証明を評価し、その評価に基づいて、それを改善できるかどうかをみる問題である。

(3) 誤答の分析

証明における仮定と結論の意味が十分理解できておらず、証明を振り返って評価する力、評価に基づいて証明を改善する力が十分についていない。

(4) 指導上の課題

このような状況になっている原因として、次の2点が考えられる。

1点目は、図形の証明を考える際、見た目の判断だけでなく、根拠に基づいて考えさせる意識を定着させる指導が不十分である。

2点目は、図形の証明の場面では、証明を読んで適切かどうか判断し、よりよい記述や表現の仕方を考える活動が不十分である。

指導改善のポイント

(1) 指導内容・指導方法について

根拠に基づいて推論を進めていくために、情報過多な図形や紛らわしい図形を提示する。また、授業の中では、「なぜその2辺が等しいといえるのか」といった発問をすることで、生徒に深く思考させ、根拠をもとに表現させる場面を設定することが求められる。このことにより、直観的に構成要素に着目して、図形の特徴をとらえていたものが、論理的に命題をもとにして、図形の特徴を

とらえることができるようになる。

また、証明などを書く練習は大切であるが、読む練習も取り入れ、批判的思考・批判的読解の場を意識的に取り入れることが必要である。正しい証明だけでなく、誤った証明を読ませ、「どこがまちがっているか」「それはなぜか」と生徒に問うことで適切かどうかを判断させ、証明を改善する力を育てる。

(2) 「ことばの教育」との関連

事実と意見とを区別して 聞く・読む・話す・書く 力

具体的な理由・根拠を明らかにして意見を 聞く・読む・話す・書く 力

単元の目標

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> ・図形の拡大・縮小の意味や相似な図形に関心を持ち、相似な図形の性質を考察しようとする。 ・三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて、図形の性質を考察しようとする。 ・平行線と線分の比に関心を持ち、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて調べようとする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の合同条件と相似条件を関連づけてとらえることができる。 ・三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて、図形の性質を考察し、その結果が適切であるかどうか振り返って考えることができる。 ・平行線の線分の比についての性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて考察し、証明することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・2つの三角形が相似であるかどうかを判断し、相似な図形を記号を用いて表すことができる。 ・三角形の相似条件などを用いた図形の性質の証明を読みとったり表したりすることができる。 ・相似の考えを用いて、直接測定できない地図上の2点間の距離などを求めることができる。 ・平行線と線分の比についての性質を用い、線分の長さなどを求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・相似な図形について、一方の図形を拡大または縮小したとき他方の図形と合同になることを知るなど、相似の意味を理解している。 ・三角形の相似条件について理解している。 ・平行線と線分の比についての性質を理解している。 ・平行線と線分の比についての性質の特別な場合として中点連結定理を理解している。

指導と評価の計画

(全18時間)

次	学習内容(時数)	評 価					
		関	考	表	知	評価規準	評価方法
一	・拡大、縮小の意味を理解する (1)					<ul style="list-style-type: none"> ・相似な図形に関心を持ち、相似な図形の性質を考察しようとする。 ・拡大、縮小の用語とその意味を理解している。 	行動観察 ワークシート 自己評価表
二	・相似の意味と記号を使った相似の表し方を理解する。 (1)					<ul style="list-style-type: none"> ・2つの三角形が相似であるかどうかを判断し、記号を用いて表すことができる。 	ワークシート 自己評価表
三	・相似の位置や相似の中心を理解し、相似な図形の性質、相似比について理解する。 (1)					<ul style="list-style-type: none"> ・相似な図形の性質を理解している。 	ワークシート 自己評価表

四	<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の相似条件を理解する (3) 				<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の合同条件と相似条件を関連づけてとらえることができる。 ・三角形の相似条件について理解している。 	ワークシート 自己評価表 行動観察
五	<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の相似条件を使った相似の証明を理解する。(本時 2 / 2) <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> 証明を振り返って、評価し、その評価に基づいて改善させる。 </div>				<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて図形の性質を考察しようとする。 ・三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて図形の性質を考察し、その結果が適切であるかどうか振り返って考えることができる。 ・三角形の相似条件などを用いた図形の性質の証明を読みとったり表したりすることができる。 	ワークシート 自己評価表
六	<ul style="list-style-type: none"> ・比の性質を理解し、それを使った長さの求め方を理解する。(1) 				<ul style="list-style-type: none"> ・平行線と線分の比についての性質を理解している。 	ワークシート 自己評価表
七	<ul style="list-style-type: none"> ・縮図を使った長さや距離の求め方を理解する。(1) 				<ul style="list-style-type: none"> ・相似の考えを用いて、直接測定できない地図上の2点間の距離などを求めることができる。 	行動観察 ワークシート 自己評価表
八	<ul style="list-style-type: none"> ・まとめの問題をする。(1) 				<ul style="list-style-type: none"> ・三角形の相似条件を理解し、三角形の相似を証明することができる。 	練習問題 自己評価表
九	<ul style="list-style-type: none"> ・三角形と平行線の性質を理解する。(1) 				<ul style="list-style-type: none"> ・平行線と線分の比についての性質を理解している。 	ワークシート 自己評価表
十	<ul style="list-style-type: none"> ・三角形と平行線の性質を理解する。(1) 				<ul style="list-style-type: none"> ・平行線と線分の比に関心を持ち、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて調べようとする。 	ワークシート 自己評価表
十一	<ul style="list-style-type: none"> ・平行線と線分の比を理解する(1) 				<ul style="list-style-type: none"> ・平行線と線分の比についての性質を用い、線分の長さなどを求めることができる。 	ワークシート 自己評価表
十二	<ul style="list-style-type: none"> ・中点連結定理を理解し、それを使っているいろいろな問題を解く。(2) <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> 証明を振り返って、評価し、その評価に基づいて改善させる。 </div>				<ul style="list-style-type: none"> ・平行線の線分の比についての性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて考察し証明することができる。 ・平行線と線分の比についての性質の特別な場合として中点連結定理を理解している。 	ワークシート 自己評価表
十三	<ul style="list-style-type: none"> ・まとめの問題をする。(2) 				<ul style="list-style-type: none"> ・平行線と線分の比についての性質を用い、線分の長さなどを求めることができる。 	行動観察 練習問題 自己評価表

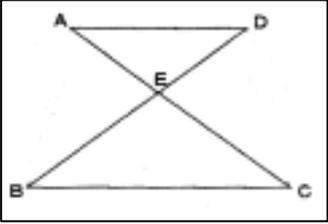
太枠部分が課題となる力を特に育成する時間

本時の学習

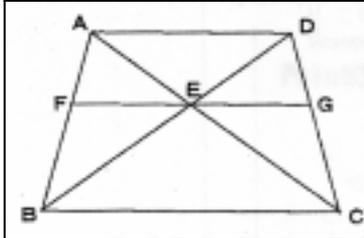
(1) 本時の目標

図形の証明を筋道立てて書くことができ、その証明を振り返り、評価、改善することができる。

(2) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項	評価規準	評価方法
<h3>1 前時を想起する。</h3>			
<p>【学習課題】 三角形の相似条件を使った相似の証明を理解する。</p> <p>前時の復習をおこなう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 2名が前に出て、ミニ黒板を使用して発表する。 ・ 三角形の相似条件を使った相似の証明を行う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前時の内容を要約し、まとめさせる。 ・ 相手に分かりやすい記述、表現を工夫させる。 		
<h3>2 三角形の相似の証明を確認する。</h3>			
<p>次の図は、$AD \parallel BC$でACとDBの交点をEとする。このとき、$\triangle ADE \sim \triangle CBE$であることを証明しなさい。</p> <p>等しくなるところを発見し、根拠を述べてみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $\angle ADE = \angle CBE$, $\angle DAE = \angle BCE$ ($AD \parallel BC$だから錯角が等しいから) ・ $\angle AED = \angle CEB$ (対頂角は等しいから) <p>2つの図形が相似であることを証明してみよう。</p> <p>2種類の証明を評価、改善してみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 錯角が等しいから $\angle ADE = \angle CBE$ という表現は、$AD \parallel BC$を入れないと根拠が明らかになっていないと思う。 	 <p>図形の中で、等しいものに印をつけさせ、視覚的に理解させる。</p> <p>図形の中で、なぜ等しくなるか根拠を述べさせる。</p> <p>2つの錯角を使う証明と対頂角と錯角を使う証明の2種類を考えさせる。 三角形の相似条件のどれにあてはまるかを説明させる。 2種類の証明を評価、改善する視点を与える。</p> <p>錯角が等しいだけでは、根拠が明らかになっていないので、2辺が平行なとき、錯角は等しいことを理解させる。</p>		<p>具体的な理由・根拠を明らかにして意見を話す力</p>
<h3>3 相似な三角形を見つける。</h3>			

AC, BDを結び, その交点Eを通り辺ADに平行な直線をひく。辺ABとの交点を点F, 辺CDとの交点を点Gとするとき, 図の中に, 三角形はいくつあるでしょうか。



どうすればすべての三角形を見つけることができるか考えてみよう。

情報過多な図形から, 必要な図形を見つけ出させる。

- ・ 三角形1つからできる場合
ADE, AEF, BEF
CEB, CGE, DGE
- ・ 三角形2つを合わせてできる場合
ABE, DCE
- ・ 三角形3つを合わせてできる場合
DBC, ABC, BAD,
CDA

情報過多の構成要素を意識させる。

(努力を要する生徒への具体的指導)
三角形2つ合わせてできる図形と三角形3つを合わせてできる図形を1つずつ確認させる。

色をつけた, すべての三角形を生徒に提示する。

三角形の数を考えさせることで, 三角形の相似に必要な図の見方を養う。

4 図形の証明を筋道立てて表す。

相似な関係にある三角形を見つけ, その理由を考えてみよう。
(個人思考 集団思考)

A F E A B C
D E G D B C
C E G C A D
B F E B A D

相似な三角形の1組を見つけ出させる。

多くの相似な関係を見つけさせ, 相似の証明をさせる。

見た目の判断だけでなく, 根拠があるかを確認させる。

三角形の相似条件を使って, 証明を筋道立てて表すことができる。

プリント
行動観察

事実と意見とを
区別して話す力

発表された証明の推論の妥当性について, よい点や改善すべき点を書いてみよう。

証明を書く活動と読む活動をさせることで, よりよい記述や表現の仕方を発表させる。

適切な推論だけでなく, 誤った事例も扱う。

なぜ誤っているのか理由を述べさせる。

(努力を要する生徒への具体的指導)
証明の手順を再度確認させる。辺の長さや角の大きさが等しいところを2つもしくは3つの要素を見つけることができるよう指導する。

具体的な理由・根拠を明らかにして意見を書く・読む・話す力

5 学習を振り返り, まとめる。

本時の授業で分かったこと, 疑問に思ったことをプリントに書く。

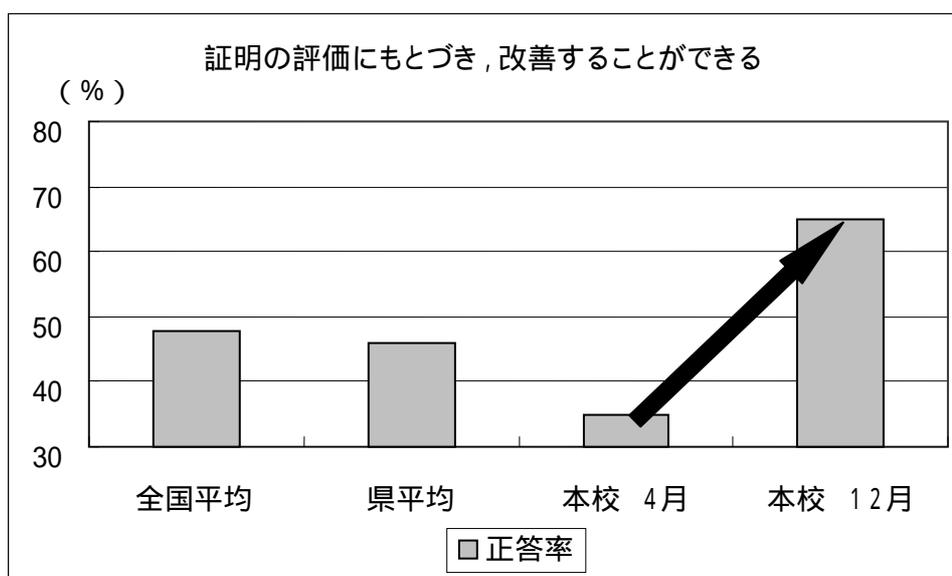
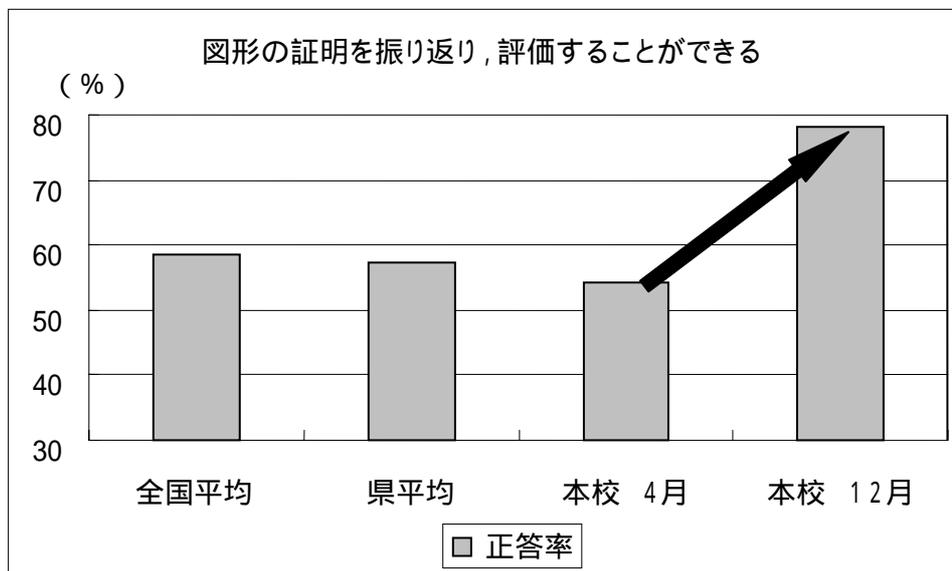
自己評価を整理して書かせ, 簡潔に発表させる。

自己評価表

単元を終えて（検証）

事前と事後のテスト等の数値の比較

全国学力・学習状況調査 数学 B（活用）4（1）（2）の問題において、次のような結果になった。



< 考察 >

- (1) 証明を読んで適切かどうか判断する授業に取り組むことで、図形の証明を振り返り、評価できる生徒の割合が4月と12月を比較して24.1%増加した。証明を読む活動は、証明の要素を見つけてくる際に、根拠を明らかにしよう意識する生徒が増えたためと考えられる。
- (2) 既存の証明をよりよい記述や表現の仕方を考える活動に取り組んだので、証明の評価にもとづき、改善することができる生徒の割合が4月と12月を比較して30.2%増加した。証明を評価したものを改善する活動は、証明の構想が理解できたため、証明を完成できる生徒が増えたと考えられる。