

## 課題学習 面積の不思議

～1次関数の利用～

本単元で育成する資質・能力

課題発見・解決力

- 1 日 時 : 令和元年11月15日(金)
- 2 場 所 : 2年3組教室
- 3 学年・学級 : 2年3組
- 4 単元名 : 面積の不思議(1次関数の利用)
- 5 単材について

## (1) 単元観

本単元は、中学校学習指導要領「C(1)1次関数」において、次の2点をめざした学習内容の1つとして取り組む。

ア(イ)「事象の中には1次関数として捉えられるものがあることを知ること」

イ(イ)「1次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること」

数学の学習において、いろいろな事象の中にある関係や法則を数理的にとらえ、考察し処理していくことは大切なねらいである。そのため、中学校での関数の学習では、事象の中にあるともなって変わる2つの数量の変化や対応に着目して、関数的な表現や処理の仕方について学び、関数的な見方や考え方を伸ばすことが必要とされる。

関数は本来、ある情報をもとに未来を予測するために考えられたものである。これから先の事象を見通す学習であることを強調すれば、生徒にとっても興味深く学習していける教材であると考えられる。本時で扱う「ピククの定理」は、求積の問題であり、面積を求めることは生徒にとっては身近に感じられる問題である。この求積問題を解決する活動は、「関数」の章だけで扱うものではないが、ここではそれを「関数」として整理し、意識化していく。この「ピククの定理」は多角形の面積を図形上の点(周上格子点)と図形の内部の点(内部格子点)の数から求める公式で、変数は3つになるが、もともになる考え方としては1次関数の応用と捉えることができる。様々な多角形の面積と、周上格子点と内部格子点の数との関係の規則性から、1次関数の関係を見つけ出ししていく題材として扱う。その関係の規則性を見いだすためのポイントは、内部格子点や周上格子点の数を一定にして一方の点の数を順に増やしたとき、面積がどのように変化するかを読み取る整理の仕方にある。

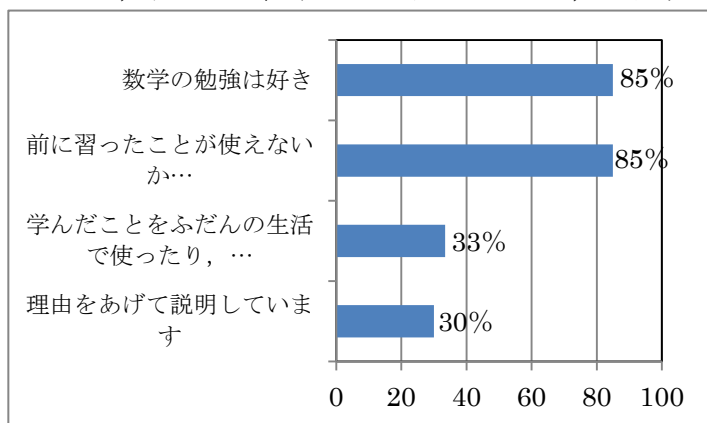
## (2) 生徒観

本学級は、学級全体としては、明るく元気であるが、特定の生徒中心で進みがちになり、基礎学力が十分とはいえない生徒は発言しづらい実態がある。

数学に関するアンケートでは、右のような結果が得られた。

本学級の約85%の生徒が、数学に対して、好感が持っている状況にあり、既習事項を活かした学習姿勢が見られる。

反面、学校で学んだ数学を身のまわりの生活の中で活用し、理由を付けて説明する意欲は低い。



比例・反比例の学習内容の理解度は、次の表のとおりである。データは、今年6月に実施した標準学力調査（東京書籍）の結果である。

出題のねらい	目標値	本校
x, yの値が与えられたとき、それを満たす反比例の式を選ぶことができる。	55.0	61.4
x, yの比例関係を表す表から比例の式を選ぶことができる。	70.0	74.2
日常生活の場面で比例の考え方が利用できることを理解し、問題解決に必要な情報を選ぶことができる。	65.0	54.5

上の表のデータが示すように、比例・反比例の式を判断する能力はおおむね身につけている状況にあるが、日常生活などの場面設定された問題を解決する能力は十分とは言えない状況である。

現在、1次関数の内容がほぼ終了する段階にある。10月中旬に実施した中間試験では、1次関数（ $y = 3x - 2$ ,  $y = \frac{2}{3}x + 1$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ）のグラフをかく問題（3点×3）では、平均6.2点で、おおむねグラフがかけていた。また、予め水が入っている水そうに一定の割合で水を入れる問題では、 $y$  を  $x$  の式で表せた正答率は72.4%であった。

### （3）指導観

本単元は、既習内容をもとに、比例関係の一般的な形である1次関数について考察する。1次関数の大きな特徴は、変化の割合が常に一定であり、グラフが直線で表されることである。その意味では、変化の割合やグラフのかき方の指導は、特に重要であり丁寧に指導していく必要がある。しかし、その求め方や表現・処理ばかりが印象に残り、具体的な事象の中での活用に対しての関連がどうしても希薄になってしまう。まだわかっていない事柄について予想したり、表やグラフに置き換えて解決しようとする関数の有用性、便利さを感じさせたりしながら学習に取り組ませたい。

ここで学習する図形の性質は、「ピックの定理」と呼ばれる。すなわち、格子点を結んでできる図形の周上の格子点の数を  $x$ 、面積を  $y$ 、内部にある格子点の数を  $n$  とすると、

$$y = 0.5x + n - 1$$

の関係が成り立つ。「格子点の数でどのような多角形においても面積が分かる」という意外性を生徒が感得できるように指導したい。「日常生活の場面で比例の考え方が利用できることを理解し、問題解決に必要な情報を選ぶことができる」ことが苦手な生徒が多い本校の生徒の状況を踏まえて、「格子点の数」と「面積」の関係を式化するために必要な情報を取り出すことができるような指導の取組が必要である。例えば、中間試験の結果を見ると、グラフをかくことができる状況なので、「格子点の数」と「面積」の関係の対応表をグラフ用紙に点をプロットして、1次関数のグラフを連想し式化に結び付ける指導も必要と思われる。

また、関数を利用して、未知の事柄について予測したり、より考えやすいものに置き換えて解決しようとする有用さを感じさせたりしながら課題に取り組ませたい。

表やグラフ、式を用いて関数関係を表すという場合、これらを並列的に扱ったり、別々のものとして扱ったりするのではなく、1つの関数関係について表、グラフ、式による表し方が一体となって理解されなければならない。関数の学習で中心となるのは、あくまでも関数関係であり、これを表、グラフ、式を用いて総合的に学習する指導を心がけていく。

## 6 評価の観点

### (1) 単元の目標

- ① 事象の中には一次関数としてとらえられるものがあることを知ること
- ② 1次関数について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること
- ③ 2元1次方程式を関数を表す式とみること
- ④ 1次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること

### (2) 単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などに ついての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> <li>・身の回りの事象の中から、関数や1次関数と見られるものを見つけようとし、表現しようとする。</li> <li>・比例のグラフをもとにして1次関数をグラフに表そうとし、グラフの特徴を明らかにすることなどに意欲的に取り組もうとする。</li> <li>・事象の中には1次関数と見ることができるものがあることに気づき、それらを一次関数を用いて解決しようとする。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・1次関数 <math>y = ax + b</math> で、変化の割合は一定で傾き <math>a</math> に等しいことがわかる。</li> <li>・1次関数のグラフで、傾き、切片、通る点のうちいくつかがわかるとその関数の式を求めることができることに気づく。</li> <li>・事象を1次関数と見て考察することで、問題を解決することができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・1次関数のグラフをかくことができる。</li> <li>・1次関数の式を、グラフ、傾きと1点の座標、2点の座標から、それぞれ求めることができる。</li> <li>・連立方程式の解が2直線の交点の座標であることを理解し、交点の座標を求めることができる。</li> <li>・事象を、1次関数の表・式・グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・関数、1次関数の意味などを理解している。</li> <li>・1次関数のグラフの傾きと切片の意味やグラフの特徴などを理解している。</li> <li>・1次関数の式を与えられた条件によって効率よく求める方法を理解している。</li> <li>・2元1次方程式 <math>ax + by = c</math> のグラフの意味とそのかき方を理解している。</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>・格子点の数で図形の面積が求められることに関心を持ち、その関係を調べようとする態度が見られる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・自分なりの新たな課題を設定することができ、追及の中から発見した規則性を帰納的に確かめるための考察ができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・格子点を結んでできる図形の面積を表やことば、式などを利用して表すことができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・格子点を結んでできるどのような多角形であっても面積が求められることが理解できる。</li> </ul>

(3) 指導と評価の計画 (全 16 時間)

節	時数	学習内容	評 価				資質・能力 評価方法	
			関	見	技	知		評 価 規 準
1 1 次 関 数	2	・関数，1次関数の意味を理解し，身の回りの事象の中から1次関数を見出すことができる。	◎				<ul style="list-style-type: none"> <li>・身の回りの事象の中から，関数や1次関数と見られるものを見つけようとし，表現しようとする。</li> <li>○ ・関数，1次関数の意味などを理解している。</li> </ul>	発表 振り返りシート  ワークシート
	1	・1次関数の値の変化を考察し，変化の割合について理解する。		◎			<ul style="list-style-type: none"> <li>・1次関数 <math>y = ax + b</math> で，変化の割合は一定で傾き <math>a</math> に等しいことがわかる。</li> </ul>	発表 ワークシート
	3	・1次関数のグラフの特徴を理解し，1次関数のグラフをかく。  ※「格子点」については，ここで学習する。	○			◎	<ul style="list-style-type: none"> <li>・比例のグラフをもとにして1次関数をグラフに表そうとし，グラフの特徴を明らかにすることなどに意欲的に取り組もうとする。</li> <li>○ ・1次関数のグラフをかくことができる。</li> <li>◎ ・1次関数のグラフの傾きと切片の意味やグラフの特徴などを理解している。</li> </ul>	発表 振り返りシート  ワークシート  ワークシート
	3	・1次関数のグラフからその関数の式を求める。		○	◎		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ ・1次関数の式を，グラフ，傾きと1点の座標，2点の座標から，それぞれ求めることができる。</li> <li>◎ ・1次関数のグラフで，傾き，切片，通る点のうちいくつかがわかるとその関数の式を求めることができることに気づく。</li> <li>○ ・1次関数の式を与えられた条件によって効率よく求める方法を理解している。</li> </ul>	発表 ワークシート  ワークシート ノート  ワークシート ノート

2 方 程 式 と グ ラ フ	1	・2元1次方程式のグラフについて理解し、そのグラフをかく			◎	・2元1次方程式 $ax+by=c$ のグラフの意味とそのかき方を理解している。	ワークシート 発表
	1	・連立方程式の解とグラフの関係を理解し、2直線の交点を求める。			◎	・連立方程式の解が2直線の交点の座標であることを理解し、交点の座標を求めることができる。	ワークシート ノート
3 1 次 関 数 の 利 用	3	事象の中から1次関数を見だし、1次関数を利用して問題を解決する。	○		◎	<ul style="list-style-type: none"> <li>・事象の中には1次関数と見ることができるものがあることに気づき、それらを1次関数を用いて解決しようとする。</li> <li>・事象を、1次関数の表・式・グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。</li> <li>・事象を1次関数と見て考察することで、問題を解決することができる。</li> </ul>	振り返りシート 発表  ワークシート ノート  ワークシート ノート
4 面 積 の 不 思 議	1	内部の格子点が1～3個のそれぞれの図形の面積を求める。  <b>本時【15/16】</b>	○		○	<ul style="list-style-type: none"> <li>・格子点の数で図形の面積が求められることに興味を持ち、その関係を調べようとする態度が見られる。</li> <li>・格子点を結んでできる図形の面積を表やことば、式などを利用して表すことができる。</li> </ul>	◎課題発見・解決力 発表 振り返りシート  ワークシート 発表
	1	①内部の格子点が0個と $n$ 個のそれぞれの図形の面積を求める。  ②自分で作った図形の面積を求める。		○	○	<ul style="list-style-type: none"> <li>・格子点を結んでできる図形の面積を表やことば、式などを利用して表すことができる。</li> <li>・格子点を結んでできるどのような多角形であっても面積が求められることが理解できる。</li> <li>・自分なりの新たな課題を設定することができ、追及の中から発見した規則性を帰納的に確かめるための考察ができる。</li> </ul>	ワークシート  振り返りシート 発表  振り返りシート

## 7 本单元において育成しようとする資質・能力との係わり

本校において、重点的に育成しようとする資質・能力は次の6つである。

知識	①将来に通用する基礎学力
スキル	②課題発見・解決力 ③人間関係形成能力
意欲・態度	④チャレンジ精神 ⑤忍耐力
価値観・倫理観	⑥人としての思いやり

この中でも、特に本单元では、次の点に重点を置くものとする。

### 【スキル】②課題発見・解決力

生徒が、格子点を結んでできる多角形の面積を求める活動を通して、新たな見方（多角形の面積は、その辺上の点の数や内部の点の数を数えれば求められるということ）を発見し、求積について考えることができる。

## 8 本時の展開

### (1) 本時の目標

格子点の数と図形の面積との関係を捉え、式で表すことができる。

### (2) 本時で育成したい資質・能力の評価基準

資質・能力	評価基準
課題発見・解決力	A：内部格子点が2個の図形において1次関数の式で表すことができ、他の多角形においても格子点の数と多角形の面積の関係について調べようとしている。 B：格子点の数と多角形の面積の関係性があることを理解し、内部格子点が2個の図形については、1次関数の式で表すことができることを知ることができる。 C：格子点の数と面積の関係性を理解できなかった。

### (3) 準備物

提示用 TV モニター・ワークシート・発表ボード

### (4) 本時の学習展開

学習活動○	指導上の留意事項○ (努力を要する生徒への指導の手立て◆)	評価規準○ 資質能力の評価●
<b>1 既習事項の確認をする。【5分】</b>		
○【別紙 <b>図1</b> 】 図の方眼上の格子点を結んでできる図形の面積を求める。	○三角形の面積を求め方には、 <b>(長方形の面積) - (周りの三角形の面積の和)</b> という方法もあることを確認する。  <b>【式】</b> 長方形→ $2 \times 3 = 6$ 周りの三角形→ $2 \times 1 \div 2 + 1 \times 2 \div 2 + 1 \times 3 \div 2$ $= 1 + 1 + 1.5 = 3.5$ よって、面積 = $6 - 3.5 = 2.5$	

**2 本時の目標を確認し、課題を発見・共有する。【30分】**

○【別紙 図2】  
複雑な図形の面積の求め方について考え、本時の授業の見通しを持たせる。  
○本時の目標の確認

○ここでは、答えは求めない。面倒さを感じることができればよい。  
○数学では、点の数で面積が求められるすごい計算式があることを伝える。

**【本時の目標】 格子点を結んでできる図形の面積を求めよう。**

○「周上格子点」と「内部格子点」について説明する。

**課題の設定**

**【課題1】 内部の格子点が2個の図形の場合について考えよう。**

○【別紙 図3】  
内部の格子点が  
2個の図形  
について、  
「周上の格子点の数」と  
「面積」の関係を調べ、  
【別紙 表4】を完成させる。

○まだ、関数の意識をさせないためにワークシートの表には、 $x$ 、 $y$ を入れない。

○同じ条件で、他の図形でもあてはまることを確かめる。

○【別紙 図3】の①の図形と【別紙 図5】の図形を生徒に提示して、同じ条件（内部格子点2個、周上格子点4個の図形）ならばどんな図形の面積も3になることを確認させる。

**情報の収集**

○周上格子点が6個、7個のときの面積を考える。

○図形を見せないで面積を考えさせる。

○面積を答えた後、  
【別紙 図6】と【図7】を提示して図形を見て正しいことを確認する。

○格子点の数で図形の面積が求められることに興味をもち、その関係を調べようとしている。  
(観察・ワークシート)

○「なぜ、図形を見ずに、面積が分かったのか？」その理由を考えさせて、1次関数へ少しずつ繋げる。

○【切り返し発問】  
「だったら、100個のときの面積はどうなるの？」

グループ活動(5分)  
発表ボードに考え方や求める式などを書く。

↓  
発表

**実行・表現 表現力**

○周上の格子点の数を  $x$ 、面積を  $y$  として、

$$y=0.5x+1$$

を導き出す。

○「面積は周上の格子点の数の1次関数である。」ことを確認する。

○【別紙 図2】の面積を求める。

○「変わらない数量（内部の格子点の個数が2個）」に着目させる。

**【予想される生徒の反応】**

0.5 ずつ増えているから。

◆対応表の数値を座標にした点をかいた図を提示し、1次関数に気づかせる。

◆対応表の縦の関係の規則性に着目させる。  
(上の数を使ってどのような計算すれば、下の数になっているか?)

○発表ボードに考え方や計算式が書けないグループは、予想値を記入させる。

○比例の考えを使った発表は、格子点の数が2倍に増加したときに面積が2倍になっていないことを指摘する。

◆対応表から面積はどのように求めればよいか考え、ことばの式で表すアドバイスをする。

$$\text{面積} = (\text{周上格子点の数}) \div 2 + 1$$

$$x=8 \text{ より } y=0.5 \times 8 + 1 = 5 \text{ cm}^2$$

●生徒が、格子点を結んでできる多角形の面積を求める活動を通して、新たな見方（多角形の面積は、その辺上の点の数や内部の点の数を数えれば求められるということ）を発見し、求積について考えることができる。（観察・発表）

○格子点を結んでできる図形の面積を表やグラフ、式などを利用して表すことができる。（ワークシート）

内部の格子点が変わると、面積を求める式はようになるだろう？

**3 本時の課題解決に向けて考える。【10分】**

**【課題2】内部の格子点が1個の図形の場合について考えてみよう。**

○【別紙 図8】  
**内部の格子点が1個の図形**について、「周上の格子点の数」と「面積」の関係を、【課題1】と比較しながら調べ、  
 $y=0.5x$  で表す。

○【課題1】での学習を活かして自分で関係式の完成までをめざす。

○格子点の数で図形の面積が求められることに関心をもち、その関係を調べよう



○「周上の格子点の数」と「面積」の関係が比例関係であることを確認する。

としている。(観察)

**4 本時の学習を振り返り、更なる課題を設定する。【5分】**

**まとめ・振り返り**  
○本時のまとめを行う。

**【まとめ】**  
格子点を結んでできる図形の周上の格子点の数を  $x$ 、面積を  $y$ 、とすると



(1) 内部の格子点が1個のとき  $y=0.5x$   
の関係が成り立ち、「面積」は「周上の格子点の数」に比例する。

(2) 内部の格子点が2個のとき  $y=0.5x+1$   
の関係が成り立ち、「面積」は「周上の格子点の数」の1次関数である。

**更なる課題の設定**  
○振り返りを行い、更なる課題を設定する。

**【期待する生徒の振り返り】**  
\* 格子点の数を使って、面積が求めることができるのですごいと思った。  
\* 図形の面積を求めるときに、1次関数の式があることにびっくりした。  
\* 1次関数の式を求めるのは難しかったけど、この式を使えば、面積が早く求まり便利だと思った。

**【発問】**  
内部の格子点がさらに増えると、面積を求める式はどうなるだろう。

○図3  と図8  の図形について

周上の格子点の数は3個の同じ三角形でも、面積が異なることを確認し、周上の格子点の数以外にも、面積に影響を与える要素があることに気付かせる。

**9 板書計画**

**本時の目標**  
格子点を結んでできる図形の面積を求めよう。

①内部格子点が2個の図形

	ア	イ	ウ		
周上格子点の数	3	4	5		100
面積	2.5	3	3.5		?

★周上格子点が100個のときの面積は？

1班	2班
3班	4班
5班	6班

**【別紙】**  
図2の図形

★周上格子点を  $x$ 、面積を  $y$  とすると・・・

(面積) = (格子点の数)  $\times$  0.5 + 1

$y=0.5x+1$  (1次関数)

【別紙】

図 1

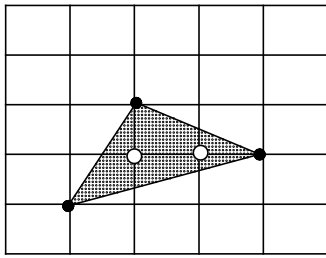


図 2

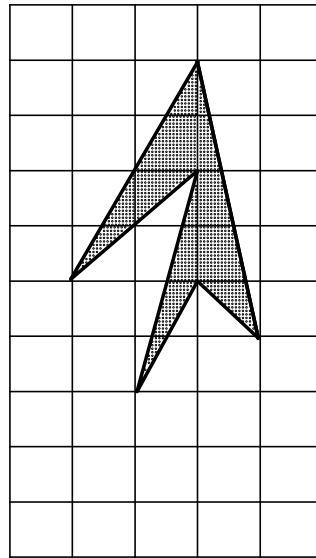


図 3

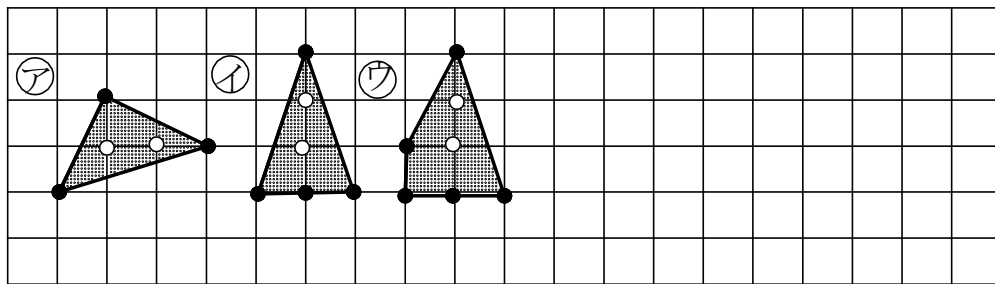


表 4

<内部の格子点が2個の図形>		ア	イ	ウ		
周上の格子点の数	$x$ 個	3	4	5		
面積	$y \text{ cm}^2$	2.5	3	3.5		

図 5

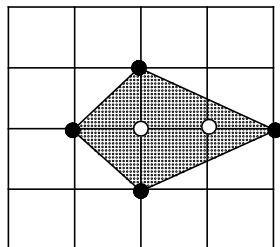


図 6

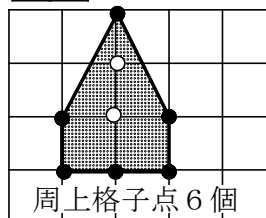


図 7

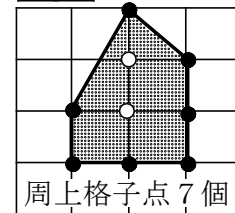


図 8

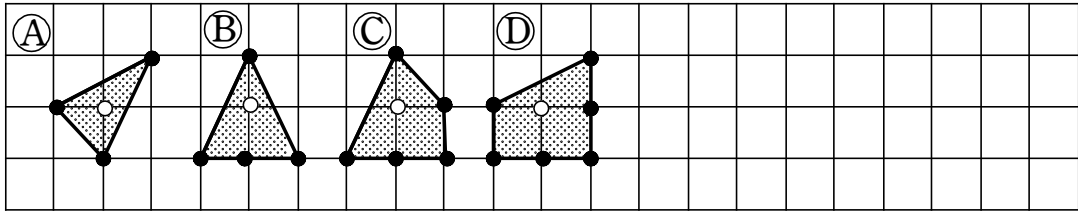


表 9

<内部の格子点が1個の図形>		A	B	C	D	
周上の格子点の数	$x$ 個	3	4	5	6	
面積	$y \text{ cm}^2$	1.5	2	2.5	3	