1 (1)　a, b は正の有理数かつ$a \leqq b$ とする。$ab=a+b$ を満たす(a, b)の組を3つ求めよ。

(2)　a, b, c は正の有理数かつ$a \leqq b \leqq c$ とする。$abc=a+b+c$　を満たす(a, b, c)の組を$(1, 2, 3)$以外に求めよ。

(3)　$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$を正の有理数かつ$x_1 \leqq x_2 \leqq x_3 \leqq \cdots \leqq x_n$とする。
任意の自然数nについて，$x_1 x_2 x_3 \cdots x_n = x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n$　を満たす$(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n)$の組は無限にあることを示せ。

2 単位円上に等間隔にn個の点をとり，正n角形を作る。1つの頂点から他の頂点までの距離をすべて掛けた値をA_nとする。

(1)　$n=6$ のとき，A_6の値を求めよ。

(2)　$n=5$ のとき，A_5の値を求めよ。

(3)　正n角形の場合のときのA_nを推測し，A_nをnで表せ。

3 　次の図のように，1，2，3，4 … の順に重なっている偶数枚のカードを中央で同じ枚数の二山に分け，後半のカードと前半のカードを，その順に交互に重ねていくシャッフルを考える。

〈図：カード８枚の場合〉

（1，2，3，4 ｜ 5，6，7，8）　→　１回目（5，1，6，2，7，3，8，4）

→　２回目（7，5，3，1，8，6，4，2）

→　３回目　　　…

(1)　４枚のカード，16枚のカードをシャッフルするとき，それぞれ何回目のシャッフルでもとの並びに戻るか。

８枚のカードをシャッフルする。もともとh番目にあったカードが１回目のシャッフルで移る先の順番を$F(h)$と表す。例えば，図から$F(1)=2$，$F(2)=4$となる。ただし，hは自然数 とする。

(2)　$F(h)$をhを用いて表せ。

n枚のカードをシャッフルする。もともとk番目にあったカードが１回のシャッフルで移る先の順番を$G(k)$とする。ただし，nは偶数，kは自然数とする。

(3)　$G(k)$をn，kを用いて表せ。

(4)　$G(k) \equiv A \pmod{n+1}$ を満たすAをkを用いて表せ。
　また，この$G(k) \equiv A \pmod{n+1}$は，シャッフル後の順番を示す手掛かりにできるのだが，それはどういうことか。$n=16$の場合を例に説明せよ。

(5)　(4)の結果を用いて，1022枚のカードを100回シャッフルしたとき，もともと17番目にあったカードが移る先の順番を求めよ。

(6)　2^m枚のカードを何回シャッフルすると，もとの並びに戻るか。推測し，その結果を証明せよ。

4 　あるお好み焼き屋に，円形のお好み焼きにランダムに切れ目をn本だけ入れ，お好み焼きを切り分けるロボットがいる。ここで，お好み焼きにランダムにn本の切れ目を入れるとは，この円形のお好み焼きの周上をm等分$(m \geqq 2n)$した点の中からランダムに異なる$2n$個の点を順番に選び，それらの$2k-1$番目と$2k$番目の点$(1 \leqq k \leqq n)$を結んだ直線でお好み焼きを切ることである。

　ランダムに切れ目を入れるため，下の図のように，各ピースの大きさは様々で，１枚のお好み焼きから切り分けられるピース数も毎回一定とは限らない。

上図：３本の切れ目を入れ，６ピースに切り分けられる場合

　このとき，下の(1)～(3)のそれぞれの場合について，１枚のお好み焼きから切り分けられるピース数の平均を求めよ。

　なお，お好み焼きの切れ目の太さによって小さいピースが消滅してしまうなどの現実的なことを考える必要はない。また，(3)については，「正9角形の対角線は，頂点以外では3つの対角線が1点で交わることはない」という事柄は証明なしに用いてよいものとする。

(1)　$m=5$,　$n=2$

(2)　$m=6$,　$n=3$

(3)　$m=9$,　$n=3$

(追加問題)

　m等分した点ではなく，円周上のすべての点からランダムに異なる6点を選んで3本の切れ目を入れるロボットを考える。このとき，１枚のお好み焼きから切り分けられるピース数の平均が予想できるようなシミュレーションを実行するexcelファイル（マクロ使用可）を作成しなさい。