授業研究（数学科）

関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させる学習指導の工夫
―　関数概念の理解を深めさせる二次関数の最大・最小問題の開発を通して　―

広島県立五日市高等学校　松本　大地

研究の要約

本研究は，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させる学習指導の工夫について考察したものである。文献研究から，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させるためには，関数的な考えを中心とした関数概念の理解を深めさせることが大切であることが分かった。そこで，関数における問題解決の過程と関数的な考えを育てるための学習活動について整理し，問題を開発する上での視点を明確にした。その視点を踏まえ，関数概念の理解を深めさせる二次関数の最大・最小問題を開発し，その問題を中心とした授業を行った。その結果，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることには不十分であることが分かり，本研究の結果を踏まえた改善案を示した。その改善案を基に，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させるような問題開発を継続していく。

キーワード：二次関数　有用性

Ⅰ　主題設定の理由

高等学校学習指導要領（平成21年）の数学の各科目「数学Ⅰ」の内容には「二次関数とそのグラフについて理解し，二次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに，それらを事象の考察に活用できるようにする。」[1]とあり，関数概念の理解を深め，二次関数の値の変化を考察することを通して，関数の最大値・最小値を求められるようにすることが必要とされている。

高等学校教育課程実施状況調査（平成17年）では数学Ⅰの各内容に対する「有用性の意識」を調査している。その結果として，数学の有用性に肯定的な回答をした生徒は，「二次関数のグラフ」が7.0%，「二次関数の最大・最小」が7.2%であり，学習内容の有用性を認識させることに課題がある。本校の生徒においても，二次関数のグラフに関する問題や最大・最小の問題を解くことができても，それらを活用する場面が少なかったり，問題が解けることで満足していたりしており，学習した内容の有用性を認識している生徒が少ないと感じる。

そこで，本研究では，数学Ⅰの「二次関数」において，関数概念の理解を深めさせる二次関数の最大・最小の問題を開発し，それを用いた授業展開を考察する。開発する問題は，二次関数の最大・最小の応用問題で，着目する数量が複数あり，現実の世界の事象に二次関数を活用することで問題解決できるようにする。この開発した問題を考察させ，得られた結論について，導く過程を振り返りながら比較・検討させる。このように，開発した関数概念の理解を深めさせる二次関数の最大・最小問題を通して，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることができると考え，本研究題目を設定した。

Ⅱ　研究の基本的な考え方

1　関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性について

(1) 関数とは

飯田慎司（平成22年）によると，関数の定義には，対応による定義と関係（順序対）による定義という二つの考え方がある。対応による定義では「集合Ａ，Ｂがあって，Ａの各要素 a に対して，Ｂの各要素 b がただ１つだけ対応するとき，この対応（一意対応）をＡからＢへの関数」[2]と述べている。

岩田耕司（平成26年）は，飯田（平成22年）の関数の定義について，関数の本質は「集合」と「対応」であるが，このような抽象的・汎用的な側面を強調

するよりはむしろ，関数の特徴である「変化」と「対応」に着目して「伴って変わる２つの数量 x，y があって，x の値を決めると，それに対応する y の値がただ１つに決まるとき，y は x の関数であるという。」[3)]という定義を用いることの方が一般的になっているとしている。

本研究では，関数の定義として「伴って変わる二つの数量 x，y があって，x の値を決めると，それに対応する y の値がただ一つに決まるとき，y は x の関数であるという。」を用いることとする。

なお，関数は「関係」の一つであることを強調して「関数関係」ということもある。

(2) 関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性とは

中学校学習指導要領解説数学編（平成20年）は「関数は，数学の世界はもとより，現実の世界において事象の中に見いだした伴って変わる二つの数量の関係をとらえる場面でも有効に機能する。現実の世界においては，二つの数量の関係をとらえることができれば，その関係が成り立つ範囲において変化や対応の様子を把握したり，将来を予測したりすることが可能になるからである。」[4)]と述べている。これは，事象の中から関数関係を見いだすことができれば，その関数関係を表，式，グラフを用いて表現することで数学的に考察し処理できるようになるということである。

よって，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性は，「現実の世界における数量の関係について，関数関係を見いだし，その関数関係を表，式，グラフを用いて数学的に処理することで，現実の世界の課題を解決できること」と定義する。

(3) 関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることができない要因

関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることができない要因は，次の要因①から要因③の三つだと考える。

要因①は，関数的な考えが十分に身に付いていないため，現実の世界の事象から関数関係を見いだすことができないことである。

「関数的な考え」について，片桐重男（2004年）は「何を決めれば何が決まるかということに着目したり，変数間の対応のルールを見付けたり，用いたりしようとする」[5)]としている。生徒が出合う問題は，着目する数量が与えられているものが多い。そのため，関数的な考えが十分に身に付いておらず，現実の世界の事象から関数関係を見いだすことができない。

要因②は，現実の世界の課題を解決する場面が少ないことである。

前頁のⅠでも述べたように，高等学校教育課程実施状況調査（平成17年）において，数学の有用性に肯定的な回答をした生徒は，「二次関数のグラフ」が7.0%，「二次関数の最大・最小」が7.2%であった。この結果について，長尾篤志（平成23年）は「例えば生活の中の課題を数学の知識や技能を活用して解決するような場面が少ないということであろう。数学は，抽象的であるがゆえに様々なものにその結果を適用することができるのであるが，そのような指導はあまり行われていないと考えられる」[6)]と分析している。

実際，高等学校の関数の学習では関数そのものの性質や特徴，関数を扱うための技能の学習が中心となり，現実の世界の事象に関数を活用する場面が少ない。例えば，二次関数では，二次関数の特徴，グラフのかき方，平行移動，最大・最小の求め方などを学習するが，このような関数の性質や特徴，技能に関わることが学習内容の大部分を占めている。一方で，現実の世界の事象に二次関数を活用する場面は最大・最小の応用問題しかないため，有用性を認識しにくい。

要因③は，関数関係を表，式，グラフを用いて数学的に処理することに課題があることである。関数についての知識や技能などを活用できなければ，問題の解決に至らない。

(4) 関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させるためには

要因①から要因③を踏まえ，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させるためには，次のことが必要であると考える。

要因①より，関数的な考えを育てることが必要である。

要因②，③より，現実の世界の事象に，二次関数の性質や式，グラフなどを活用することで解決できる問題を増やすとともに，関数概念の理解を深めさせ，関数を用いて問題を解決できる力を身に付けさせる必要がある。

2　関数概念の理解を深めさせるためには

片桐（2004年）は，問題解決に「必要な知識や技能に目を向けさせる原動力になるものが必要である。この原動力を子供がもち，これを駆使すること

によって初めて，知識や技能を使うことのよさが分かり，使った知識や技能がよく身に付くのである。ではそのような原動力は何かというとこの原動力が数学的な考え方なのである。」[7]と述べている。

また，片桐（2004年）は，数学的な考え方を次の三つに分類している。

① 数学的な態度
② 数学の方法に関係した数学的な考え方
③ 数学の内容に関係した数学的な考え方

そして，この③の中の一つに「関数的な考え」があると述べている。

片桐（2004年）は，関数的な考えを「ある事柄を考えたいが，それが直接考察しがたい。そのとき，その事柄を直接考察する代わりに，これと関係のある，考察しやすい（または既知の）事柄を考える。これによって問題のことがらを明らかにしようという考え」[8]としており，この関数的な考えの実行は「依存関係に着目する」「関数関係を明らかにしようとする」という考えによって特徴付けられると述べている。このことから，関数的な考えは，関数における問題解決をしていく上で重要な考え方であることが分かる。

岩田（平成26年）は，関数的な考えを育てるためには，次の表１に示すアからウの学習活動を大切にする必要があると述べている。

これらのことから，関数の概念や知識，技能は，生徒が関数的な考えを原動力にして，それらを問題解決の場面で使っていくことで理解が深まり，身に付いていくと考える。そこで関数概念の理解を深めさせるために，二次関数の最大・最小問題を開発し，それを中心とした問題解決の授業を考える。

３　関数における問題解決の過程

以上のことから，関数における問題解決の過程を関数的な考えを育てるための学習活動と関連させ，表２のように整理した。

開発した問題を，表２の問題解決の過程を踏まえて解決する授業を通して，関数概念の理解を深めさせ，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることができると考える。

表１　関数的な考えを育てるための学習活動

関数的な考えを育てるための学習活動		学習活動をさせるときの留意点
ア	依存関係にある数量に着目すること	・着目する数量がいつも与えられている状況では，依存関係にある数量に着目する力が十分に付かないため，依存関係にある数量を見いだす活動を生徒の状況に応じて設定する。
イ	伴って変わる二つの数量の変化や対応のようすを調べること	・関数の特徴を見いだすのに，表，式，グラフが有効であることを理解させる。 ・表，式，グラフで表現することによって関数の特徴を能率的に調べることができるようにする。
ウ	変化や対応の特徴を利用して問題を解決すること	・実際に，二つの数量の変化や対応のようすを調べ，表現したものを利用して問題を解決できてこそ，そのよさを感じることができるので，生徒にとって身近な場面を取り上げ，関数を利用して実際に問題を解決する活動を取り入れる。

表２　関数における問題解決の過程と関数的な考えを育てるための学習活動

問題解決の過程		関数的な考えを育てるための学習活動
1	問題把握・形成	事象の中から依存関係を見付ける。
2	見通しを立てる	何を x とおき，何を y とおけば，よりよく問題が解決できそうかを考える。
3	解決の実行	伴って変わる二つの変量がどのような依存関係にあるかを表，式，グラフを用いて調べる。
4	検討	導かれた答えが問題の条件を満たすかどうかを確認する。
5	発展	問題の条件をどのように変えることができるか考察する。

４　関数概念の理解を深めさせる二次関数の最大・最小問題

⑴ 問題を開発する上での視点

本研究の主題は，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることであるので，次の二つの視点を必須とする。

視点①「現実の世界にありそうな設定である。」

視点②「二次関数があらわれる。」

２で述べたことより関数概念の理解を深めさせるために，さらに次の二つの視点も重視すべきと考えた。

視点③「依存関係にある数量を見いだす活動がある。」

視点④「依存関係が捉えにくい。」

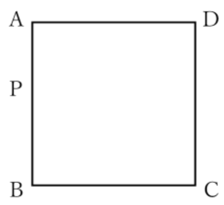
以上の点を踏まえ問２を開発したが，問２だけでは,視点③の「依存関係にある数量を見いだす活動」が十分ではないと考え，依存関係にある数量を見いだす活動を重点的に行うことのできる問１を追加して，次の問１，問２の二題セットとした。

⑵ 問１について

図１に示す問１では関数の問題づくりをさせる。

問１

問題「１辺の長さが10 cm の正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは，点Ａを出発しＡ→Ｂ→Ｃ→Ｄというように点Ｄまで毎秒 ２cm の速さで動く。点Ｐが点Ａを出発してから x 秒後の△ＡＰＤの面積を y cm^2 とするとき，y を x の式で表しなさい。」について次の各問に答えよ。



（１）問題を解け。

（２）次の条件設定を用いて，関数の問題をそれぞれ作成せよ。

①１辺の長さが10cm の正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは毎秒２cmの速さで動く。

②１辺の長さが10 cm の正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐと点Ｑが動く。

図１　開発した問題（問１）

（１）では，与えられた問題を解くことで問題の意味や条件設定などを確認させる。（２）において問題をつくらせるが，生徒は問題づくりの経験が少ないと考えられる。そこで（２）①では，どのように問題づくりを進めていけばよいかといった概観をつかませるために，条件設定を少し緩めた上で問題をつくらせる。そして（２）②では，①より条件設定をさらに緩めた上で関数の問題をつくらせる。問題づくりの自由度が高くなり，動点が二つになったことで，どの数量に着目するのかということをより意識しなければならない。

生徒が出合う問題は，着目する数量が与えられているものが多い。一方，問題づくりでは，着目する数量をどうするかということを考えなければならない。何を x とおいて，何を求めさせるか（何を y とおくか）ということを考えることが，依存関係にある数量を見いだす活動となる。このことを通じて，依存関係にある数量に着目することを重点的に意識させることで，この問題のねらいである関数的な考えを中心とした関数概念の理解を深めさせることができると考える。

⑶ 問２について

次頁の図２に示す問２は，前頁の表１のアからウすべてに対応している。

この問題のねらいは，二次関数を活用して現実の世界の課題を解決することで，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることにある。

この問題の特徴は，①考えなければならない条件（数量）が複数あるので，依存関係にある数量を見いだす必要がある。②内側の長方形の面積がどのように変化していくかが一見しただけでは捉えにくいため，依存関係を関数の式やグラフで表すことが有効である。③現実の世界にありそうな設定になっている。ということが挙げられる。

この問題を解決するに当たり，まず，どの数量に着目し，x とおくかを考えることになる。これが表１のアに対応する。着目する数量の主な候補としては，「内側の長方形の縦の長さ」「内側の長方形の横の長さ（半円の直径，もしくは半径）」「半円の弧の長さ」の３パターンが考えられる。生徒には，x とおく数量の候補を複数考えさせ，この３パターンを挙げさせる。そして，３パターンの解答について，導かれる関数の式や定義域の違いを相互に比較することで，どの数量に着目すればよいかの見通しをもたせる。

問２
　競技場内に次の条件を満たす陸上競技トラックを設計したい。

条件
・陸上競技トラックは図のような形状とする。
・カーブの部分は半円である。
・１周400mの陸上競技トラックにする。
・６人が同時に走れるように，レーンは六つ作る。
・各レーンの幅は１ｍとする。
・内側の長方形の面積ができるだけ大きくなるようにする。

　競技場の大きさが縦200m，横100mであり，安全面を考慮して端から10m以上離す必要がある。このとき，条件を満たす陸上競技トラックを設計せよ。

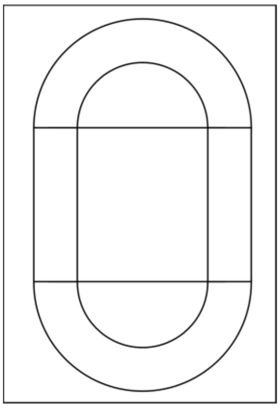


図２　開発した問題（問２）

　次に，着目した数量 x と内側の長方形の面積 y がどのような依存関係にあるのかを考察していく。これが表１のイに対応する。一見しただけでは x と y の関係が二次関数であると捉えにくいが， y を x の式で表すことで，二次関数という依存関係になっていることが分かる。このことより，式を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることができる。
　そして，内側の長方形の面積がいつ最大となるのかは，定義域に注意しながら二次関数のグラフをかいて判断することで解決できる。これが表１のウに対応する。ただ単に答えを出すのではなく，問１の学習と関連させ，関数的な考えを中心とした関数概念の理解を深めさせることで，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることができると考える。

Ⅲ　研究の仮説及び検証の視点と方法

１　研究の仮説
　関数概念の理解を深めさせる二次関数の最大・最小問題を取り入れた学習指導を行えば，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させることができるであろう。

２　検証の視点と方法
　検証の視点と方法について，表３に示す。

表３　検証の視点と方法

	検証の視点	方法
1	関数概念の理解を深めることができたか。	プレテスト ポストテスト アンケート ワークシート
2	関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識することができたか。	アンケート ワークシート 授業記録

Ⅳ　研究授業
○　期　間　平成28年７月７日～平成28年７月20日
○　対　象　所属校第１学年３組（40人）
○　単元名　二次関数
○　目　標
・関数概念の理解を深めることができる。
・関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識することができる。
○　学習指導計画（全６時間）

時	学習内容
1	プレテスト・アンケート 二次関数の最大・最小の基礎
2	二次関数の最大・最小の基礎
3	二次関数の最大・最小の応用（問１）
4	二次関数の最大・最小の応用（問１・問２）
5	二次関数の最大・最小の応用（問２）
6	二次関数の最大・最小の応用（問２） ポストテスト・アンケート

Ⅴ　研究授業の分析と考察

１　関数概念の理解を深めさせることができたか

プレテストとポストテストの問題１において，関数的な考えと関数の定義について定着度を測った。図３はポストテストの問題１である。

１　下の**ア**から**カ**までの中から，y が x の関数でないものをすべて選びなさい。

ア　６mのリボンを x 人で同じ長さに分けるときの１人分の長さは y mである。
イ　生徒数が x 人の学校の校庭の面積は y m^2 である。
ウ　縦の長さが x cmの長方形の面積は y cm^2 である。
エ　１辺の長さが x cmの正方形の面積は y cm^2 である。
オ　x 時間勉強した人のテストの点数は y 点である。
カ　1500mの道のりを x m歩いたときの残りの道のりは y mである。

図３　ポストテストの問題１

生徒ａは，プレテストでは三つある正解のうち，二つしか答えることができなかったが，ポストテストでは三つある正解をすべて正しく選択できた生徒である。

生徒ａは，問１の問題づくりの（２）②について，最初の個人で考える場面では図４のような問題を作成していた。一方で，生徒ａのグループが作成した問題は図５のような問題であった。

１辺の長さが10cmの正方形ＡＢＣＤがあります。点ＰがＢとＣの間にあり毎秒２cmの速さで進む。点Ｑが点Ａから毎秒５cmの速さで進むと，点Ｑが追い着く場所はどこでしょうか。

図４　生徒ａが個人で考えたときに作成した問題

点Ｐは毎秒１cmの速さでＡからＢを通りＣまで動く。点Ｑは毎秒２cmの速さでＡからＤを通りＢまで動く。 x 秒後の△ＡＰＱの面積を y cm^2 とするとき，y を x の式で表しなさい。

図５　生徒ａのグループが作成した問題

図４では，何を求めさせるか（何を y とおくか）という部分が「点Ｑが追い着く場所はどこでしょうか。」と方程式の問題となっており，関数の問題になっていない。また，点Ｐや点Ｑの移動範囲についての条件設定がないことから，定義域を注意していないことが見取れる。

一方，図５では，何を求めさせるか（何を y とおくか）という部分が「 x 秒後の△ＡＰＱの面積を y cm^2 とするとき，y を x の式で表しなさい。」となっており，関数の問題ができている。また，点Ｐや点Ｑの移動範囲を設定することができていることから，定義域についても注意することができたことが見取れる。

このことから，生徒ａは問１の問題づくりを通して，関数の定義や関数的な考えを中心に，関数概念の理解を深めることができたと考える。

生徒ｂは，問１の問題づくりについて「今までやってきた関数のことが頭に入っていないとけっこう難しかった。」と関数概念の理解に関する感想をワークシートに記述している。問２の陸上競技トラックの問題については「解答を見てなるほどと思った。」とアンケートに記述しており，自力では解くことはできなかったが，解答を見ることで理解できた様子が見取れる。

生徒ｃは，問１の問題づくりについて「関数をよく理解しないとつくれないと思った。」と記述している。また，問２の陸上競技トラックの問題については「どこを x とおくのか考えることができた。」と記述しており，関数的な考えが高まった様子が見取れる。

これらのことから，生徒ｂと生徒ｃは，関数の問題を解決することを通じて，関数概念の理解を深めることができたと考える。

しかし，プレテストとポストテストの両方を受けた38人のうち，三つある正解をすべて正しく選択できた生徒は，プレテスト10人（26.3%）からポストテスト８人（21.1%）に減少しており，クラス全体としては，関数概念の理解を深めることができたとはいえないと考える。

２　関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識することができたか

(1) アンケートの結果から

次頁の表４は，アンケート項目「関数で学習した内容は，現実の世界の課題を解決することに役に立つと思いますか。」に対する回答の結果をまとめたものである。

肯定的な回答（役に立つ，まあまあ役に立つ）をした生徒の人数は，事前12人（30.0%）から事後15人（37.5%）と増加した。

一方，事前と事後で「役に立つ」から「あまり役に立たない」に評価が下がった生徒が１人（生徒ｄとする），「まあまあ役に立つ」から「あまり役に

表４　アンケート項目「関数で学習した内容は，現実の世界の課題を解決することに役に立つと思いますか。」における事前と事後の比較

事前＼事後	役に立つ	まあまあ役に立つ	あまり役に立たない	役に立たない	計(人)
役に立つ	0	0	1	0	1
まあまあ役に立つ	0	8	2	1	11
あまり役に立たない	0	5	11	1	17
役に立たない	0	2	4	5	11
計(人)	0	15	18	7	40

立たない」「役に立たない」に評価が下がった生徒が３人いた。生徒ｄは，事前アンケートにおいて「役に立つ」と思う理由を「一方が決まるともう一方も決まるので計算しやすいから。」と記述しており，関数的な考えについて述べている。しかし，事後アンケートにおいて「あまり役に立たない」と思う理由を「あまり身の回りで関数を使う時がないと思うから。」と記述している。これは，陸上競技トラックの問題が難しくて解決できなかったことに原因があると考えられる。

事前と事後で「あまり役に立たない」から「まあまあ役に立つ」に評価が上がった生徒が５人，「役に立たない」から「まあまあ役に立つ」に評価が上がった生徒が２人いた。この２人は前頁Ⅴの１で取り上げた生徒ｂと生徒ｃであり，関数概念の理解が深まったことで，関数の有用性を認識することができたと見取れる。

(2) 問２（陸上競技トラックの問題）の活動の様子から

第５時では，問２を提示し考察させた。ワークシートを配付し，まずは個人で問題を把握するための時間を５分程度とり，次に４人グループで考察させた。グループでの活動に移ったものの，話合いは滞っていた。これは，問題の条件が複雑であるために，何から手をつけていけばよいか分からないということが原因であると考えられた。

そこで，「何を x とおくか」ということに焦点化して考えるように指示した。着目する数量の主な候補は，「内側の長方形の縦の長さ」「内側の長方形の横の長さ（半円の直径，もしくは半径）」「半円の弧の長さ」の３パターンが考えられるが，グループ内で出た考えを各グループに発表させたところ「何を x とおくか」について，主に次の三つの考えが出た。

①　競技場の端から陸上競技トラックの外側までの距離
②　内側の長方形の面積
③　内側の長方形の縦の長さ

①については，「内側の長方形の面積は縦や横の長さに伴って変化するので，その中で最大のものを見付ける」という題意を理解できずに，「内側の長方形の面積が最大になっている陸上競技トラックは既に決まっており，それが図示されている。この陸上競技トラックの外側から競技場の端までの距離を求めればよい」と題意を誤って捉えていた。つまり，「変数 x を用いて最大となる場面を考える問題」ではなく「未知数 x を用いて陸上競技トラックの外側から競技場の端までの距離を求める方程式の問題」というように捉えてしまっていた。そこで，周の長さが同じでも内側の長方形の面積が異なる陸上競技トラックの例を図で示し，全体で題意を確認した。

②については，変化する数量に着目したのはよいが，x ではなく y とおく数量である。②のような誤答をした要因も正しく題意を捉えることができていなかったことが考えられる。「内側の長方形の面積ができるだけ大きくなるようにする。」という条件から，最終的に求めるものは内側の長方形の面積であると捉え，それを y とおくことは発想しやすいと考えていたが生徒には難しかったようである。

③については，着目してほしい数量の一つであったが，他の「内側の長方形の横の長さ」と「半円の弧の長さ」については生徒から考えは出なかった。しかし，今回の授業において，x とおく数量を見いだすことは重要な活動であるので，こちらからは示さずに次時へもち越すことにした。

第６時では「何を x とおくか」を再度考えさせた。内側の陸上競技トラックの周と長方形の図を板書し，前時に出た③の考えを手掛かりに「他に x とおけそうな数量はないか」ということを個人で考えさせた。このようにすると，多くの生徒が「内側の長方形の横の長さ」を挙げていた。さらに一人の生徒が「カーブ」と記述しており，「半円の弧の長さ」に着目していた。そこで，「内側の長方形の横の長さ」「半円の弧の長さ」と記述していた生徒にそれぞれ発言を求め，考えを全体で共有することができた。

このように，この問題の難易度では，最初から自分の力で問題を考察するのは難しく，問題のねらいが不明瞭になってしまった。しかし，題意の理解度

を確認しながら，考える視点を教師側で絞ることで，x とおく数量を見いだすことができた。

(3) 問２（陸上競技トラックの問題）におけるワークシートとアンケートの記述から

生徒ｅは，最初の考察では，競技場の大きさ（縦の長さと横の長さ）をワークシートにかかれている図にかき込むことと，内側の長方形の面積を y とおくということしか記述していなかった。

第６時において「何を x とおくか」ということを「内側の長方形の縦の長さ」「内側の長方形の横の長さ」「半円の弧の長さ」の三つに全体で整理した後，生徒ｅは「半円の弧の長さ」を x とおいた。そこから先の y を x の式で表す部分は，少し計算の間違いはあるものの，自力でできていた。

事前と事後のアンケートにおいて「関数で学習した内容は，現実の世界の課題を解決することに役に立つと思いますか。」ということを聞いた。これに対して，生徒ｅは，事前も事後も「あまり役に立たない」と答えている。その理由として，事前アンケートは「関数を使って現実の課題を解決しようと思わないから。使わないから。」と記述していたが，事後アンケートは「関数で解こうと思うと，授業でやると理解できて解決できると思うけど，現実では，『これは関数で解く』ものなのかよく分からないから。」と記述している。

これについて，事前アンケート時では，現実の課題の解決に関数は有効ではないという認識から「あまり役に立たない」と回答したが，事後アンケート時では，現実の課題の解決に関数は有効であることは認識したが，どういった場面で有効なのかを生徒ｅが判断できないということから，肯定的な評価までは至らず「あまり役に立たない」と回答したと見取れる。

このことより，授業展開をより一層工夫することで，関数の有用性を認識させることができるのではないかと考える。

Ⅵ　研究の成果と課題及び今後の改善案

１　研究の成果と課題

研究の成果は，関数における問題解決の過程と関数的な考えを育てるための学習活動を整理し，二次関数の最大・最小問題を開発したことである。

しかし，開発した二次関数の最大・最小問題を中心にした授業では，関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識させるには不十分であった。

本研究の課題は，開発した問題を中心とした授業の構成にあると考える。

２　今後の改善案

本研究の課題とその改善案を表５にまとめた。

表５　研究の課題とその改善案

課題		改善案
開発した問題を中心とした授業の構成	問２の陸上競技トラックの問題の難易度が高く，考察が進まない生徒が多くいたこと。	・表２を踏まえ，生徒の状況に応じて，問題のねらいや学習活動を焦点化する。 ・今回の研究授業では２時間程度で取り扱ったが，問題のねらいを十分に達成するために３時間程度確保する。
	問１の問題づくりと問２の陸上競技トラックの問題が，生徒の中でつながっていないこと。	・教師側としては，問１，問２ともに，表２を意識して授業を進めたが，問１と問２が生徒の中ではつながっていなかった。問１，問２ともに表２を対応させて問題を解かせることで，問題解決の過程を認識させる。

【引用文献】

1)　文部科学省（平成21年）：『高等学校学習指導要領』東山書房p. 54
2)　飯田慎司（平成22年）：数学教育研究会編『新訂　数学教育の理論と実際<中学校・高等学校（必修）>』聖文新社p. 166
3)　岩田耕司（平成26年）：小山正孝編『教師教育講座　第14巻　中等数学教育』協同出版p. 186
4)　文部科学省（平成20年）：『中学校学習指導要領解説数学編』教育出版pp. 27-28
5)　片桐重男（2004年）：『新版　数学的な考え方とその指導　第１巻　数学的な考え方の具体化と指導』明治図書出版p. 83
6)　長尾篤志（平成23年）：高等学校数学教育研究会『高等学校　数学教育の展開』聖文新社p. 12
7)　片桐重男（2004年）：前掲書p. 23
8)　片桐重男（2004年）：前掲書p. 83

【参考文献】

中原忠男編（2000）：『<重要用語300の基礎知識　５巻>算数・数学科重要用語300の基礎知識』明治図書出版