数学科教育

数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高める指導の工夫
― 段階を追った授業モデルの実践を通して ―

庄原市立東城中学校　和田　杏奈

研究の要約

本研究は，段階を追った授業モデルの実践を通して，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高める指導の工夫について考察したものである。文献研究から，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるためには，具体から抽象への思考が可能となるように学習の過程を細かく分け，生徒の理解に応じた指導を行うことが大切であることが分かった。そこで，第１学年「文字を用いた式」の単元において，生徒の活動を段階ごとに細かく示した授業モデルを作成し，段階ごとの具体的な手立てと段階間の行き来を繰り返しながら授業を行った。その結果，生徒は事象を一般化していく思考がしやすくなり，文字を用いた式で表現することができるようになってきた。このことから段階を追った授業モデルの実践は，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めることに有効であることが分かった。

キーワード：文字を用いた式で表現する　段階

Ⅰ　主題設定の理由

中学校学習指導要領解説数学編（平成20年，以下「解説数学編」とする。）では，「事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式を使って表現し，一般的に把握する見方や考え方を育てたり，形式的な処理を施して新たな関係を見いだそうとする態度を育てたりする」[1]と，文字を用いた式を学習することの重要さを述べている。

文字を用いた式の学習について，平成24年度「基礎・基本」定着状況調査報告書（平成24年，以下「報告書」とする。）によると，一次式の計算問題の正答率は77.1％，一次方程式を解く問題の正答率は82.3％であり，文字を用いた式の計算や処理に関する能力はほぼ定着しているといえる。しかし，数量の関係を文字を用いた式で表現する問題の正答率は49.7％，一次方程式の立式の問題の正答率は53.8％であり，事象を数学的に捉え，文字を用いた式で表現する能力は十分定着しているとはいえない。

そこで，第１学年「文字を用いた式」における数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する学習において，具体的な事象を一般化していく思考が可能となるような段階を追った授業モデルを作成し，実践することで，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めることができると考え，本主題を設定した。

Ⅱ　研究の基本的な考え方

１　数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力について

(1) 数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力とは

数学的な表現について，中原忠男（平成７年）は，現実的表現，操作的表現，図的表現，言語的表現，記号的表現の五つに分類し，中でも記号的表現は，その簡潔性，明確性，厳密性，操作可能性等の点において優れた表現であると述べている。この記号的表現の一つが文字を用いた式による表現である。文字を用いた式について，「解説数学編」では，「現実の世界における事象を数学の世界における関係として記述する手段」[2]とし，そのよさとして，数量の関係や法則などを簡潔，明瞭にしかも一般的に表現することができること，数量の関係を抽象的な数の関係に還元して考察することができること，自分の思考の過程を表現し，他者に的確に伝達できることといった３点を挙げている。これらのことから，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力とは，現実の世界における事象を数学的に捉え，文字を用いた式で一般的に表現する能力であるといえる。

(2) 数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力が定着していない要因

生徒の文字を用いた式の理解については，先行研

究において様々な困難性が指摘されている。清水明子（1997）が,「文字式立式課題に誤答する学習者の中に，その文字式立式課題と全く同じ文章で表された数量を立式する数字問題では正答することができる学習者が数多く存在している」[3]と述べているように，指摘の多くは数の式が立式できても，文字を用いた式になると立式できなくなるというものである。この要因として，清水（1997）は,「文字が含まれることによって数式の抽象性が高まる」[4]ことを挙げている。また，若松義治（1994）は，問題場面から数量の関係を文字を用いた式で表現する場合，場面を一般的に捉えることについて理解している必要があるが，一般化に必要な理解や方略が十分身についていないために，文字を用いた式の学習を困難にしていると述べている。文字を用いて一般的に表現することは，具体的・実用的であった算数の学習に比べて抽象的な思考を必要とし，立式を困難とさせる。このことが数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力の定着の低さにつながっていると考えることができる。これを要因①一般化・抽象化とする。さらに，清水（1998）は，文字を用いた式の学習における誤答の要因として一般化・抽象化に関するもの以外で４点を挙げている。このうち，式に表現する過程において重要な要因となっているのは次の３点であると考える。

１点目は算数の理解である。文字を用いた式は，算数科で学習した数の式や数量関係を一般的に表現したものである。したがって，文字を用いた式の学習においては，具体的な数において数量の関係を理解していることが前提となるが，これらの理解が不十分であるために，代数的問題解決が困難になる。

２点目は代数解の特性である。文字を用いた式は解を得るための手続きあるいは関係を示していると同時に，解そのものである。しかし生徒にとって結果や解として文字を用いた式を捉えることが難しい。

３点目は文字の意味である。文字には未知数・定数・変数という三つの側面があるが，生徒は文字をある特定の値の代わりとしてみなす傾向が強く，三つの側面のうち,変数の側面を捉えることが難しい。

以上のことから，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力が定着していない要因を①一般化・抽象化，②算数の理解，③代数解の特性，④文字の意味の４点とする。

(3) 数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるために

文字を用いた式の学習について,「解説数学編」では,「文字のもつ一般性について丁寧に取り扱い，文字に対する抵抗感を和らげながら漸次理解することができるようにする。」[5]と，文字のもつ一般性や抽象性からくる抵抗を少なくするためのきめ細かい指導の必要性を述べている。また,「報告書」においても，スモールステップで丁寧な指導を行うことを指導改善のポイントとして示し，例として，数の式から言葉を使った式，文字を用いた式へと３段階のステップを踏んだ指導方法を示している。そこで，本研究では，具体から抽象への思考が可能となるように，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する学習の過程を細かい段階に分け，生徒の理解に応じた指導を行うこととする。

また，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるためには,（２）で述べた四つの要因に焦点を当てた指導の工夫が必要である。

まず，要因①一般化・抽象化について，文字を用いた式で表現するためには，まず数の式など生徒にとって理解しやすい具体から，抽象的な文字を用いた式へと進んでいくことが大切である。この数の式で表現することについて，三輪辰郎（2001）は,「計算で使った数がどんな量（または割合等）を表し，それらをどのように（どんな種類の演算をどんな順序で）計算したかを，意識させることが必要である。」[6]と，数の式の段階で式の意味を十分に理解させることの必要性を述べ，式の意味を理解させるために言葉や図で表現することが効果的であることを説明している。また，太田伸也（1992）は，生徒が文字を用いた式で表現しようとするときの様相について,「数に頼って考えながら，次第に数を離れて演算をとらえ，変数となる数量をつかんで記号や文字で表現しようとする。」[7]と，文字を用いた式で表現するまでの思考の過程で変数を意識させることの重要性を述べている。これらのことから，文字を用いた式で表現するまでに数や言葉の式で数量の関係を十分に捉えさせ，その中の変化していく数量に着目させることが必要であると考える。

次に，要因②算数の理解であるが，数量の関係を理解するためには，問題に書かれた内容を理解する必要がある。安藤暁（2013）は問題を読むときに「生徒自身の体験に照らして読ませることで，その問題の中で注意しなければならないことなどもみえやすくなる」[8]と，身の回りにある題材の利用や，課題提示の工夫により，問題のイメージがもたせやすくなるとしている。また，松尾七重（2008）は問題理解に役立つものとして，操作具や図などを挙げてい

る。さらに松尾（2008）は問題を理解する段階において,「既に分かっていることは何か，求めるものは何か，どのような条件が含まれているかなどを考えることになる。」[9]と述べている。問題の中の数量に着目させるために，安藤（2013）は，問題の中の数量に下線を引くことを提案している。これらのことから,身の回りにある題材の利用や課題提示の工夫,操作具や図などを活用することで，問題場面を具体的にイメージさせたり，問題の中の数量を整理する活動を取り入れたりすることが必要であると考える。

次に，要因③代数解の特性について，矢野義継（平成16年）は，文字を用いて表現した式に数詞や単位をつけさせることで，文字を用いた式が計算過程だけでなく結果をも表現していることを理解させる実践を行っている。このことから，代数解の特性の理解には，文字を用いた式に単位をつけることが効果的であると考える。

最後に，要因④文字の意味については，変数としての役割を意識させることが必要である。すなわち，文字のもつ一般性の理解である。この一般性の理解について，鈴木敬介（2007）は，文字を用いた式に数値を代入する活動を通して，文字を用いた式の理解や一般性を深めることができるとしている。このことから，文字の意味理解には，文字を用いた式に数値を代入する活動を取り入れることが効果的であると考える。

以上のことから，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるための指導の具体的な手立てを次の４点に整理し，表１に示す。

表１　数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるための指導の具体的な手立て

①数の式や言葉の式で表現する段階で，数量の関係を十分に捉えさせ，その中の変化していく数量に着目させる。
②身の回りにある題材の利用や，課題提示の工夫，操作具や図などの活用で問題場面を具体的にイメージさせたり，数量を整理する活動を取り入れたりする。
③文字を用いた式に単位をつける。
④文字を用いた式に数値を代入する活動を取り入れる。

本研究では，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるための指導の工夫として，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する学習の過程を細かい段階に分け，その指導過程で表１に示す４点を具体的な手立てとして取り入れていくこととする。

２　段階を追った授業モデルについて

(1) 数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する学習活動について

表１に基づき，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する学習活動の流れを整理すると，下の表２のようになる。

表２　文字を用いた式で表現する学習活動の流れ

①問題の場面を理解する。	②問題の中の数量を整理する。
③数の式で表現する。	④言葉の式で表現する。
⑤文字を用いた式で表現する。	⑥式が正しいか確認する。

数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する問題の解決においては，この六つの段階を大切にしながら生徒の活動を進めていく。

このような，文字を用いた式で表現する学習について，髙間祐治（2011）は,「具体から抽象化を求められる文字式において，生徒の思考の手助けとなる具体を常に意識できるように課題設定をしていくことが，授業者に求められている」[10]と，具体と抽象を結び付けながら考えさせることの重要性を述べている。このことから，表２の六つの段階を①から⑥へと段階的に進んでいくだけでなく，生徒の理解の状況によっては，文字を用いた式のもつ抽象性を具体的な場面に引き戻して考えさせるなど，段階を戻って指導を行うことが必要であると考える。そこで,本研究では，授業中の生徒の行動観察や，授業終末の６段階による評価問題の結果などを基にして，段階を行き来しながら指導を行うとともに，自力解決が難しい状況の生徒には，自分がどの段階でつまずいているのか，どのように考えたら問題解決できるのかが分かるよう，図１に示すようなステップアップカードを渡すことで個別に支援を行い，生徒の理解段階に応じて段階間の行き来ができるようにする。

ステップ1 問題の場面をイメージしてみよう。	ステップ2 問題の中の分かっている数量，求める数量は何ですか。	ステップ3 具体的な数を当てはめて<u>数の式</u>で表してみよう。
ステップ4 数の式をもとにして，<u>言葉の式</u>で表してみよう。	ステップ5 言葉の式をもとにして，<u>文字式</u>で表してみよう。	

図１　ステップアップカード

このような指導を繰り返しながら，徐々に段階①から段階⑤へ，すなわち問題文から直接文字を用いた式で表現することができるようにしていく。また,吉田明史（2011）は生徒の学習状況を確認する方法

として自己評価を挙げ，「『わからせる対象』を小項目に分けて，何を基準にして『わかった』と判断できるかを生徒に提示する必要がある。」[11]と述べている。そこで，表２の６段階をステップ１から６で生徒に提示し，授業終末には振り返りシートに６段階の理解度で自己評価させることで，生徒自身も自分の学習状況を振り返り，改善につなげていくことが可能となると考える。

(2) 段階を追った授業モデル

これまでに述べてきたことを基に，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるための授業モデルを図２に示す。

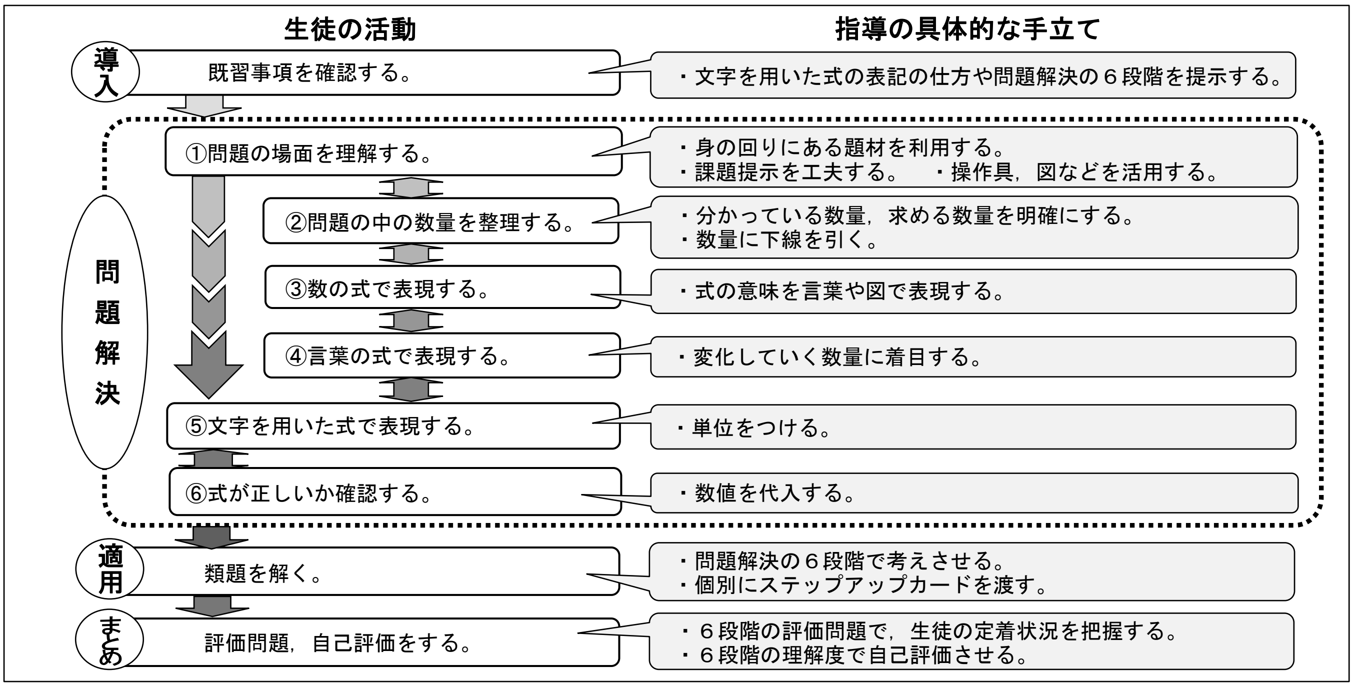


図２　数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めるための授業モデル

Ⅲ　研究の仮説と検証の視点と方法

文献研究を基に，表３に示す研究の仮説，その検証の視点と方法を設定した。

表３　研究の仮説及び検証の視点と方法

研究の仮説	生徒の活動を段階ごとに細かく示した授業モデルを作成し，段階ごとの具体的な手立てと段階間の行き来を繰り返しながら授業を行うことにより，生徒は具体的な事象を一般化していく思考が可能となり，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現する能力を高めることができるであろう。
検証の視点	検証の方法
(1)　具体的な事象を一般化していく思考がしやすくなったか。	アンケート 振り返りシート 行動観察
(2)　数量や数量の関係を文字を用いた式で表現することができたか。	プレテスト ポストテスト

Ⅳ　研究授業について

１　研究授業の計画

○　期　間　平成25年６月17日～平成25年６月27日
○　対　象　所属校第１学年（２学級69人）
○　単元名　文字を用いた式
○　目　標
数量や数量の関係を文字を用いた式で表現することができる。
○　学習指導計画（全９時間）

時	学習内容
1	事前アンケート，プレテスト
2	文字を用いた式の意味やよさを知る。
3	代金や重さの合計を文字を用いた式で表現する。
4	文字を用いた式の積や商の表記の仕方を知る。
5	図形の面積を文字を用いた式で表現する。
6	速さに関する数量を文字を用いた式で表現する。
7	割合に関する数量を文字を用いた式で表現する。
8	棒を並べて正方形を作る場面において，棒の本数を文字を用いた式で表現する。
9	事後アンケート，ポストテスト

２　研究授業の分析と考察

(1) 具体的な事象を一般化していく思考がしやすくなったか

まず，アンケートを基に検証する。図３は，アンケート項目「文字を用いた式で表現することは難しいと思いますか。」の結果を示したものである。

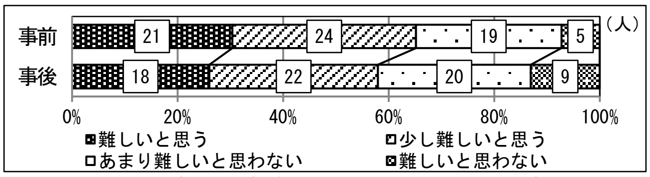


図３　事前・事後のアンケート結果の比較

算数科における文字を用いた式の学習と比較して，立式に用いる文字が二つに増えたり，割合や速さに関する問題なども扱ったりすることから，学習の難易度が上がり，事後で「難しいと思う」「少し難しいと思う」生徒の数が増加することが考えられる。しかし，「難しいと思う」「少し難しいと思う」生徒は事後で減少している。事後アンケートで，「あまり難しいと思わない」「難しいと思わない」と答えた生徒の理由には，「表し方をステップ通りやれば簡単だから。」や「ポイントをおさえておけば，あとはそれにそってすればいいだけだから。」という問題解決過程に関する記述が多く見られた。

次に，時数ごとの生徒の状況を，振り返りシートを基に検証する。授業モデルに沿って指導を行った授業では，約７割から８割の生徒が文字を用いて表現する段階まで理解できたと自己評価していた。授業の感想では，「ステップ１～６を一つずつ丁寧にしていくと，簡単に文字式がでることが分かった。」や「六つのステップを使って問題が解けたので，次からステップを使っていきたい。」など段階的な思考により理解しやすくなったという記述や，「ステップが６段階細かくあるので，自分で確認ができる。」や「ステップをつけてやると分かりやすく，頭の中で整理ができた。」など，確認，整理しながら問題解決することができたという記述があった。

最後に，授業中の生徒の行動を基に検証する。第６時の授業で自力解決が難しい様子であった生徒Ａに，段階②を示すステップアップカードを渡したところ，生徒Ａは問題の中の分かっている数量と求める数量に自分で印をつけることができた。その後，生徒Ａはそれらの数量を使って文字を用いた式で表現しようとしていたが，できなかった。そこで，今度は段階④を示すステップアップカードを渡したところ，生徒Ａは言葉の式をつくり，その式が正しいかを近くの生徒に確認した後，文字を用いた式で表現し，正答に至っていた。この生徒はステップアップカードによる支援で，一般化への考え方の手順が分かり，また段階を戻って考えることで無理なく問題解決することができたと考えられる。

これらのことから，生徒の活動を細かい段階に分け指導を行うことで，学習過程が明確になり，具体的な事象を一般化していく思考がしやすくなったと考える。

(2) 数量や数量の関係を文字を用いた式で表現することができたか

まず，文字を用いた式で表現するまでの前段階である既習事項の定着度について，プレテスト１，ポストテスト１で実態調査を行った。図４にプレテスト１を示す。

(1) １個50円のあめを10個買いました。
　①（**あめ１個の代金**）と（**個数**）を使って，代金の合計を求める言葉の式を書きましょう。
　②代金の合計を式を書いて求めましょう。
(2) 底辺が６㎝，高さが３㎝である三角形があります。
　①（**底辺**）と（**高さ**）を使って，三角形の面積を求める言葉の式を書きましょう。
　②三角形の面積を式を書いて求めましょう。
(3) 1500mの道のりを分速100mで走りました。
　①（**速さ**）と（**道のり**）を使って，かかった時間を求める言葉の式を書きましょう。
　②かかった時間を式を書いて求めましょう。
(4) 全校生徒200人のうち，30%が１年生です。
　①（**全校生徒の人数**）と（**割合**）を使って，１年生の人数を求める言葉の式を書きましょう。
　②１年生の人数を式を書いて求めましょう。

図４　プレテスト１

これは，問題の中の数量の関係を捉え，言葉の式と数の式をつくる問題である。ポストテスト１では問題の内容と数値は変えているが，（１）で代金や重さの合計，（２）で三角形の面積，（３）で速さに関する数量，（４）で割合に関する数量についての同じ系統の問題を出題した。また，プレテスト１では，言葉の式をつくる問題において，立式に必要な言葉をあらかじめ与えているが，ポストテスト１では必要な言葉を与えないで出題した。それぞれの問題の正答率を表４に示す。

表４　プレテスト１，ポストテスト１の正答率

問　題		プレ（%）	ポスト(%)	差
(1) 合計	言葉の式	94.2	88.4	−5.8
	数の式	97.1	98.6	＋1.5
(2) 面積	言葉の式	81.2	85.5	＋4.3
	数の式	85.5	88.4	＋2.9
(3) 速さ	言葉の式	82.6	87.0	＋4.4
	数の式	91.3	91.3	±0
(4) 割合	言葉の式	50.7	55.1	＋4.4
	数の式	44.9	59.4	＋14.5

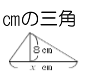
（１）の言葉の式については，ポストテスト１で数量の関係を捉えていながらも，単価や個数などの言葉を用いることができず，正答率が下がったものと考えられるが，授業の最初に既習事項の確認をしたことから，ポストテスト１ではほとんどの問題で正答率が上がった。しかし，既習事項の定着が十分とはいえない状況の生徒も存在し，特に割合の問題

ではそれが顕著に見られた。

このような生徒の実態を踏まえ，数量や数量の関係を文字を用いた式で表現することができたかを検証した。検証に用いたプレテスト２，ポストテスト２をそれぞれ図５，図６に示す。

次のことがらを x を使った式に表しましょう。
(1) １本 x 円のえんぴつを６本買ったときの代金の合計

(2) 200ｇの箱に１個 x ｇのかんづめを８個入れたときの全体の重さ
(3) 底辺 x ㎝，高さが８㎝の三角形の面積



(4) 全体の道のり10km を時速 x km で歩くときにかかる時間

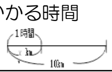


図５　プレテスト２

次の数量を文字式で表しなさい。
(1) １個３kg の荷物 a 個の重さ
(2) １本100円のペン x 本と１冊150円のノートｙ冊を買ったときの代金の合計
(3) 底辺 a ㎝，高さが h ㎝の三角形の面積
(4) x km の道のりを時速４km で歩いたときにかかる時間
(5) 1200mの道のりを分速60mで a 分間歩いたときの残りの道のり
(6) x 人の５％の人数
(7) 定価 a 円のノートの２割引きの金額

図６　ポストテスト２

プレテスト２，ポストテスト２ではともに，（１）と（２）で代金や重さの合計（単純適用と２段階思考），（３）で図形の面積，（４）で速さに関する数量をそれぞれ文字を用いた式で表現する問題を出題した。プレテスト２の問題は４問とも対象生徒が使用していた算数科の教科書で扱われていた問題である。ポストテスト２ではこれらの４問に加え，新たに学習した内容として，（５）で速さに関する２段階思考が必要な問題，（６）と（７）で割合に関する問題も出題した。用いる文字数の増加や，問題に関する絵や図の有無などから，ポストテスト２のほうがより抽象性が増すものとなることが考えられる。まず，プレテスト２，ポストテスト２でともに出題した４問について，その結果をクロス集計表で表５に示す。

ただし，本研究では文字を用いた式の表記上の不十分な点（例えば，３ａを３×ａとしているものなど）があるものについても正答として扱っている。

表５　プレテスト２，ポストテスト２のクロス集計表

（１）　合計（単純適用）

ポスト／プレ	正答	誤答	計
正答	62	0	62
誤答	7	0	7
計	69	0	69

（２）　合計（２段階思考）

ポスト／プレ	正答	誤答	計
正答	47	2	49
誤答	14	6	20
計	61	8	69

（３）　面積

ポスト／プレ	正答	誤答	計
正答	49	4	53
誤答	4	12	16
計	53	16	69

（４）　速さ

ポスト／プレ	正答	誤答	計
正答	51	3	54
誤答	9	6	15
計	60	9	69

（単位：人）

（１）（２）（４）の問題で，プレテスト２で誤答したものの，ポストテスト２で正答することができた生徒数が増加し，正答率が上昇した。ポストテスト２の（２）（３）（４）の誤答を分析すると，表６に示すようになった。

表６　ポストテスト２（２）から（４）の誤答

問題番号【正答】	誤　答	誤答数	誤答合計
（２）【100ｘ＋150ｙ】	100ｘ＋ｙ	1	8
	ｘｙ	1	
	100ｘ150ｙ	1	
	100ｘｙ	1	
	無解答	4	
（３）【$\frac{ah}{2}$】	ａｈ	13	16
	２ａｈ	1	
	無解答	2	
（４）【$\frac{x}{4}$】	４ｘ	8	9
	無解答	1	

誤答で目立ったのは（３）で三角形の面積を（底辺）×（高さ）で表現しているものや，（４）でかかる時間を（道のり）×（速さ）で表現しているものであり，これらの誤答をした生徒のほとんどが，ポストテスト１の数の式や言葉の式の問題においても同様な誤答をしているか無解答であった。つまり，誤答には既習事項の定着度が大きく影響していると考えられる。そこで，プレテスト１，ポストテスト１で，言葉の式または数の式を正しく立式することができている生徒を既習事項が定着できている生徒とみなし，それらの生徒を抽出してプレテスト２，ポストテスト２の（１）から（４）の結果を検証した。その結果を図７に示す。

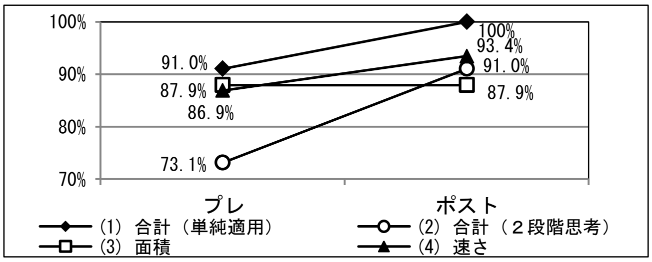


図７　プレテスト２，ポストテスト２の正答率（抽出生徒）

（３）の問題を除き，プレテスト２からポストテスト２で正答率の上昇が見られた。したがって，本研究の段階を追った指導が，文字を用いた式で表現する能力を高めるのに効果があったと考えられる。

抽出生徒のみで検証した結果について，ポストテスト２の誤答をさらに分析したものを表７に示す。

（２）については，誤答した６人全員が（１）の問題には正答していることから，立式に使う数量や文字の数が増加したことにより，数量の関係を捉え

表７　ポストテスト２の（２）から（４）の誤答（抽出生徒）

問題番号【正答】	誤　答	誤答数	誤答合計
（２）【100ｘ＋150ｙ】	ｘｙ	1	6
	100ｘ150ｙ	1	
	100ｘｙ	2	
	無解答	2	
（３）【$\frac{ah}{2}$】	ａｈ	6	7
	２ａｈ	1	
（４）【$\frac{x}{4}$】	４ｘ	4	4

ることが難しくなったことが要因として考えられる。（３)については,誤答した生徒７人のうち３人は，プレテスト２で正答していることや，授業中の様子などから単純なミスであることも考えられる。残りの４人はプレテスト２で無解答であった生徒が３人と，文字を用いた式で解答していなかった生徒が１人である。ポストテスト２では４人ともａｈと解答しており，プレテスト２の解答状況と比較すると正答に近づいている。しかし，数の式や言葉の式で正答しながらも文字を用いた式で誤答していることから，段階③（数の式で表現する）や段階④（言葉の式で表現する）から段階⑤（文字を用いた式で表現する）へいく過程において難しさが生じていると考えられる。また，授業やプレテスト２では図を利用することで具体的なイメージを持ちやすくしたが，ポストテスト２では図がなかったことも自力解決を難しくさせていたことが考えられる。(４）については，プレテスト２，ポストテスト２ともに誤答した生徒は１人であり，この生徒についても段階③や段階④から段階⑤へいく過程において難しさが生じていると考えられる。

次に，ポストテスト２でのみ出題した（５）から（７）の問題の既習事項の定着ができていると考えられる抽出生徒の正答率を表８に示す。

表８　ポストテスト２の（５）から（７）の正答率

問　題	正答率
（５）速さ（２段階思考）	45.9％
（６）割合	80.0％
（７）割合（割引）	52.0％

（５）と（７）の正答率は，それぞれ（４）と（６）の基本形の問題と比較して，正答率が大きく下がっている。これは，(２）と同様で立式に用いる数量が増加したことにより，数量の関係を捉えることが難しくなったことが要因として考えられる。

以上のことから，生徒は文字を用いた式で表現することができるようになってきたが，数の式や言葉の式を立式することができても，それがすぐに文字を用いた式で表現することにつながらない場合もあり，今後も図や数などで具体を意識させながら指導をしていくことが必要であると考える。

最後に，ポストテスト３で，平成24年度「基礎・基本」定着状況調査の問題$\boxed{9}$（２）と同一の問題を出題した結果を基に検証する。問題及び広島県の正答率と対象生徒の正答率を表９に，生徒の解答状況を段階ごとに分類したものを表10に示す。段階５がこの問題に正答した生徒である。

表９　ポストテスト３及び広島県と対象生徒の正答率

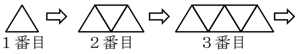
問　題	正答率	
	広島県	対象生徒
下の図のように，正三角形を順番に並べていきます。このとき，ｎ番目では，正三角形は全部で何個になりますか。ｎを使って表しなさい。  	49.7％	27.5％

表10　ポストテスト３の解答状況の分類

段階	解　答　状　況	人数
5	正三角形の個数をｎを用いた式で表現することができている。	19
4	数量の関係を見付け，正三角形の個数を言葉の式で表現することができている。	12
3	数量の関係を見付け，４番目や５番目などの正三角形の個数を数の式で表現することができている。	17
2	４番目や５番目などの図をかき，それぞれの場合について，正三角形の個数を数えている。(数量の関係を見付けることはできていない。)	9
1	４番目や５番目などの図をかいている。	9
0	４番目や５番目などの図をかいているが，図が誤っている。	3

この問題は，中学２年生を対象として実施されるものであるが，中学１年生の文字を用いた式の学習をもとにして解答することができるものである。しかし，中学２年生は様々な単元の学習を通じて，文字を用いた式について習熟しているのに対して，対象生徒は，第８時にこれと類似した問題１問に取り組んだだけで，習熟を図ることができていない。そのため，正答率は伸び悩んだものの，表10から分かるように約７割の生徒が達成段階３以上，すなわち数量の関係を見付け，数の式や言葉の式で表現することができていた。生徒は図を用いたり，具体的な場合について数の式をつくったりすることで数量の関係を見付け，一般化していく思考を少しずつ進めていたことが考えられる。

この問題でも段階３や段階４から段階５へいく過程での誤答が多く見られ，例として図８の〔誤答例１〕や〔誤答例２〕に示すようなものが29人中18人いた。これは，数の式では実際より１少ない数量を使って表現しているが，文字を用いた式ではｎのまま用いているなど，変数に着目していながらもそれ

を文字を用いて正しく表現することができていないというものである。また，文字を用いた式に具体的な数を代入して式が正しいか確認した生徒はいなかった。これらのことは，変数の理解が十分ではないことが要因であると考えられる。これに対し，文字を用いた式で表現することができていた生徒の解答では，図８の〔正答例１〕に示すように，数の式や言葉の式の段階で１少ない数量を表現することができているものが５人，〔正答例２〕に示すように，変数にそのままｎを用いたものが８人であった。

〔誤答例１〕
数の式
３番目　３＋２
４番目　４＋３
５番目　５＋４
文字を用いた式
ｎ＋ｎ
※正答はｎ＋（ｎ－１）

〔誤答例２〕
数の式
３番目　２×２＋１
４番目　２×３＋１
５番目　２×４＋１
文字を用いた式
２×ｎ＋１
※正答は２×（ｎ－１）＋１

〔正答例１〕
数の式
３番目　３＋（３－１）
４番目　４＋（４－１）
５番目　５＋（５－１）
言葉の式
（順番の数）＋（順番の数）－１
文字を用いた式
ｎ＋（ｎ－１）

〔正答例２〕
数の式
３番目　３×２－１
４番目　４×２－１
５番目　５×２－１
文字を用いた式
ｎ×２－１

図８　ポストテスト３の段階５での誤答例と正答例

以上のことから，数の式や言葉の式で表現した段階で，図８〔正答例１〕のように，変数と定数にあたる数量が見える形で立式し，式の意味を十分に理解させることや，文字を用いた式で表現した後に式が正しいか確認する活動を充実させることが今後さらに必要であると考える。

Ｖ　研究のまとめ

１　研究の成果

生徒の活動を細かい段階に分けて指導を行うことで，生徒は具体的な数の式から文字を用いた式による表現へ移行していくことができるようになってきた。また，段階を設定することで生徒の理解度を具体的に把握することができた。

２　今後の課題

○　本研究で作成した授業モデルの実践に効果はあったが，その実践には時間を費やした。また，個々の差が大きく，すべての生徒の実態に応じた十分な手立てができていたとはいえない。本研究の成果も踏まえて，さらに効率よく，且つすべての生徒の理解が進むような授業モデルについて研究する必要がある。

○　段階を追って指導すると，その時は理解することができるが，時間が経過すると問題解決が難しい生徒が見られる。このことから，自力で思考を進めていくところまで定着させることができたとはいえない。中学校数学科では,「文字を用いた式」の単元以降，文字を用いた式を問題解決に利用することが多くなる。それらの学習の基本となるのが，本研究で実践した文字を用いた式で表現する活動であるため，今後も継続した指導を行うとともに，指導の改善に取り組み，中学校３年間を見通して文字を用いた式の指導の充実を図ることが必要であると考える。

【引用文献】

1)　文部科学省（平成20年）:『中学校学習指導要領解説数学編』教育出版 p.35

2)　文部科学省（平成20年）: 前掲書 p.28

3)　清水明子（1997）:「文字式立式課題の解決過程に関する研究－モデルの作成とその検討－（平成８年度教育心理学専攻修士学位論文概要）」『名古屋大学教育学部紀要　第44号』 p.313

4)　清水明子（1997）: 前掲書 p.314

5)　文部科学省（平成20年）: 前掲書 p.59

6)　三輪辰郎（2001）:「文字式の指導に関する重要な諸問題」『筑波数学教育研究　第20号』 p.29

7)　太田伸也（1992）:「中学生の文字式に対する認識について」『日本数学教育学会誌 第74巻第９号』 p.19

8)　安藤暁（2013）:「遅れがちな生徒のニーズに応える高校入試対策」『数学教育１月号No.663』明治図書 p.76

9)　松尾七重（2008）:『苦手意識をスッキリ解消！算数文章題の教え方42』明治図書 p.9

10)　髙間祐治（2011）:「意味理解にこだわった数と式の教材・指導の工夫」『数学教育５月号NO.643』明治図書 p.23

11)　吉田明史（2011）:『「わかる」授業をつくる中学校数学科　教材研究＆授業デザイン』明治図書 p.24

【参考文献】

広島県教育委員会（平成24年）:『平成24年度「基礎・基本」定着状況調査報告書』

中原忠男（平成７年）:『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社

清水明子（1998）:「代数初学者の文字式に対する認識」『名古屋大学教育学部紀要　第45号』

若松義治（1994）:「中学２年生の一般化の理解についての調査研究」『日本数学教育学会誌　第76巻第５号』

矢野義継（平成16年）:『文字式のよさを理解し，数量や関係を文字式で表す能力を高める指導の工夫』宮崎県教育研修センター

鈴木敬介（2007）:「『式を読む』を視点とした文字式の授業改善に関する研究」『上越教育大学数学教室　第22号』