

図形領域における数学的な思考力・表現力を育成する算数科指導の工夫

— 図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動を通して —

三原市立沼田東小学校 端山 文子

研究の要約

本研究では、図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動を通して、図形領域における数学的な思考力・表現力を育成する算数科指導の工夫について考察したものである。文献研究から、図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動を行うことが重要であり、その際、操作活動を通して共通点や相違点を捉えたり、操作活動を根拠に考えを相互交流したりする場を設定することが大切であると分かった。そこで、それらの算数的活動を取り入れた授業モデルを作成し、それを基に第2学年「三角形と四角形」の単元で研究授業を行った結果、児童は、既習の図形概念や操作活動を生かして自ら図形の性質を見いだしたり、構成要素に着目して多様な方法を用いて説明することができるようになってきた。このことから、図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動は、図形領域における数学的な思考力・表現力を育てる上で有効であることが明らかになった。

キーワード：図形領域における数学的な思考力・表現力 性質を見いだしたり説明したりする

I 図形指導における現状と課題

平成24年度「基礎・基本」定着状況調査において、ひし形であることの根拠を記述する問題で、通過率は23.4%と低かった。この問題に対するつまずきの約半数は、「向かい合う辺の長さが等しい。」や「2本の対角線が垂直に交わっている。」のようにひし形の定義を記述することができていなかった。また、平成24年度全国学力・学習状況調査においても、面積が等しい直角三角形を基に面積の関係を言葉や記号を用いて記述する問題で、正答率は51.5%と低かった。この問題に対するつまずきの約30%は、図形を観察して見いだした性質と結論とをつなぐ推論ができておらず、図形に対して筋道立てて考える力に課題がみられる。

これらの結果から、図形の意味や性質について理解し、根拠を明確にして思考したり筋道立てて説明したりする力が十分に身に付いていない実態が明らかになった。加えて、図形領域の通過率は、経年変化で追っても低いままであり、毎年各学校で改善策が出されているにもかかわらず、成果を上げているとは言い難い。

よって、本研究では、この現状に対し、操作活動を通して図形に対する理解を深める授業モデルを作成し、図形領域における数学的な思考力・表現力を育成する指導の工夫について、授業実践を踏まえ示

すこととする。

II 研究の基本的な考え方

1 図形領域における数学的な思考力・表現力について

(1) 図形領域における数学的な思考力・表現力とは

図形領域における数学的な思考力・表現力とは、具体的にどのような力なのだろうか。

黒澤俊二(2009)は、図形領域における数学的な思考力を、なぜそのような図形であるのか判断した理由を明確な根拠を挙げて説明できる力としている。また、志水廣(2009)は、児童が図形の性質を調べていく際の思考について、「帰納的な考えは、算数の学習においても重要な思考であり、推論方法である。特に図形に関する性質や関係の予測や発見には不可欠のものであり、児童の創造性を高めていくためにも大切である。」¹⁾とし、場面に応じて類推的思考や学年が進むにつれて演繹的思考を働かせる場面も現れると述べ、根拠を示しながら筋道立てて考えることが大切であるとしている。なお、小学校学習指導要領解説算数編(平成20年)には、帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考えを総称して「論理的な考え」と記されている。

図形領域における数学的な表現力については、野津吉宏（2009）は、数、式、図、表、グラフなどを活用して図形から根拠を明らかにし、論理的なつながりをもって説明する力であると述べている。また、家田晴行（2010）は、図形の性質を基にして分かりやすく伝える力であると述べている。

以上のことから、図形領域における数学的な思考力・表現力とは、図形の性質に着目して論理的に問題を解決し、多様な表現方法を活用して根拠を明確に示して説明する力と考える。

（2）図形領域における指導上の問題点

図形指導の問題点について、図形の学習で行われている操作活動の多くが遊びに終わり、図形概念の形成につながっていないことは、先行研究から明らかになっている。また、黒澤（平成12年）は、図形領域における暗唱主体の授業展開が、定義付けをするだけの受け身的な図形の学習をつくりだしているとし、図形概念形成の結果ではなく抽象の過程を論理的に考えさせる指導の必要性を述べている。さらに、古藤怜（平成3年）は、図形の学習では、与えられた図形から直観的な判断で弁別や分類を行うことが多く、推論の過程が曖昧なままであることを課題として指摘している。

以上のことから、図形領域における数学的な思考力・表現力の育成における指導上の問題点を、大きく2点にまとめた。

- ①図形の学習で行われている算数的活動のねらいが不明確であり、児童が主体的に探究する学習を仕組めていない。

②図形概念に至る抽象過程を、操作活動を生かしながら論理的に考えさせる指導が十分ではない。

図形領域における指導上の問題点

（3）図形領域における数学的な思考力・表現力の育成のために

では、どのような指導により図形領域における数学的な思考力・表現力を育てていけばよいのであろうか。上記の問題点①に対して、ピアジェ（1965）は、図形に対して子どもが能動的に働きかけるために、学習した図形を関連付ける活動によって図形概念を形成させることの必要性を示している。また、石田淳一（2008）は、問題解決的な学習の各段階において何を育てたいのかを明確にもち、既習の図形と関連付けながら操作と表現を行き来する指導を行うことが数学的な思考力や表現力の育成につながると述べている。問題点②に対して、松尾七重（2012）

は、図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動を充実させることで、操作活動を論理的に裏付けすることが可能になり、図形の性質に対して主体的に探究する力が育まれると述べている。その際、細水保宏（2012）は、図形の構成要素のどの部分に着目すればよいかという視点をもたせることが重要であるとし、さらに、前田隆一（平成7年）は、既習の内容や発達段階を考慮する大切さを述べている。

以上のことから、本研究では、児童の発達段階における図形指導に必要な視点及び目指す児童の姿を明らかにした上で図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動の在り方について考察していく。

2 図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動について

（1）図形の性質を見いだしたり説明したりするとは

では、図形の性質を見いだしたり説明したりすることとは、具体的にどのようなものなのだろうか。「見いだす」の意味は、「大辞林」（昭和48年）に「見つけ出す、発見する。」とある。「説明する」について、金本良通（2007）は「表現することには解釈すること（よみとること）を含めてとらえておく必要があるが、説明することは『根拠を明らかにし』『筋道立てて』『わかりやすく』をその本質とするものとしてとらえるべきであろう。」²⁾と述べている。

片桐重男（1995）は、図形の性質を見いだしたり説明したりする活動の具体例として、平行四辺形の性質を学習する場面を挙げている。片桐（1995）は、図形を見ただけで判断し表現することはそれに当てはまらないとし、実際に紙を折ったり、コンパスや定規を用いたりする操作活動を通して向かい合う辺の長さが同じであることや、2組の辺が平行であることを自ら発見し、分かりやすく表現することであると述べている。

以上のことから、「図形の性質を見いだしたり説明したりする」とことは、既習の図形の見方を使って児童自身が図形に働きかけて新たな性質を見付けだし、それらを筋道立てて説明することだと捉えることができる。

（2）図形の性質を見いだしたり説明したりする活動を充実させるために

松尾（2000）は、具体物を活用した観察や構成などの作業的、体験的な活動を積極的に取り入れ、着目すべき構成要素について既習図形と比較する算数

的活動を取り入れることを通して、性質の共通点や相違点を発見でき、そのことが図形の性質を見いだしたり説明したりする活動を充実させることにつながる」と述べている。また、片桐（1995）は、図形の性質で既に認められていることに対して、実際の操作で確かめ、操作を根拠として説明するような算数的活動を発達段階に応じて仕組む必要性を述べている。その際、家田（2010）は、操作の過程を図や記号など多様な方法で表現させる活動が重要であると、具体的な操作と表現を関連付けて論理を引き出す考察過程は、今後の図形学習につながるため、低学年のうちに繰り返し経験させることが大事であるとしている。

以上のことから、図形の性質を見いだしたり説明したりする活動を充実させるためのポイントを次の2点に整理する。

- ①操作による構成要素の比較
操作を通して構成要素における共通点や相違点を捉え、図形を多面的に理解させること。
②操作を根拠にした表現
操作や確かめから根拠を示し、互いの考えの良さを相互交流できるような場面を設定すること。

図形の性質を見いだしたり説明したりする活動を充実させるポイント

(3) 発達段階における図形指導に必要な視点

では、児童の発達段階において、図形領域の指導にはどのような視点が必要なのだろうか。指導者は、段階を見通してめざす児童の姿を明確にもち、指導を工夫していかなければならない。松浦武人ら（2012）は、小学校と中学校との接続という視点から小中9ヵ年の図形指導のカリキュラム案を構想し、各学年ごとの指導段階の違いを示している。松浦の理論を

基に、発達段階における図形指導に必要な視点及び目指す児童の姿、目標を達成するための主な活動について、表1に整理した。構成要素に着目して図形を見ることは、第2学年から学ぶ。この見方は、中学年で構成要素同士の位置関係である平行・垂直につながり、更に高学年で図形の変換である合同、拡大、縮小、対称の見方に発展する。

しかし、低学年の児童において、いかにして図形を構成する要素に着目させて、図形を理解させていけばよいのだろうか。斉藤規子（2009）は、「図形を観察しなければならぬ状況をつくる必要がある。」³⁾と述べている。また、赤井利行（2002）は、多様な図形が構成できる操作活動から構成要素に着目できる状況が生まれるとし、実際に操作しながら算数の用語に親しませ、それらを正確に使って話す経験を積むことの重要性を述べている。

以上のことから、図形領域の内容の系統性からも、第2学年の学習において、児童自身が構成要素に着目していけるような観察や構成、表現の場を仕組み、図形の見方の基礎を確実に身に付けさせておくことが大切であるといえる。

(4) 図形の性質を見いだしたり説明したりする算数的活動を取り入れた授業モデル

これまでの文献研究を基に授業モデルを作成し、次ページの図1に示す。なお、図中の①、②は、先の2（2）で述べた「図形の性質を見いだしたり説明したりする活動を充実させるポイント」の2点を表し、授業の中で重点的に行う算数的活動とする。

表 1 発達段階における図形指導に必要な視点及び目指す児童の姿と目標を達成するための主な活動⁽¹⁾

学年	指導に必要な視点	図形を考察する視点	めざす児童の姿（数学的な思考力・表現力）	目標を達成するための主な活動
第1学年	形遊びなど操作活動による経験的・直観的な認識		(思) 身の回りにあるものを形として捉え、まる、さんかく、しかくなどの特徴を見いだしている。 (表) 前後、左右など方向や位置に関する言葉を正しく使って、ものの位置を言い表している。	・色板や積み木などによる形遊び、造形 ・描画経験
第2学年		直角 辺	(思) 構成要素に着目して三角形や四角形を分類し図形の性質を見いだしている。 (表) 構成要素に着目して図形の特徴や弁別理由を図や言葉などを用いて表現している。	・観察や構成 ・基礎的な構成要素に着目して図形を説明する活動
第3学年	図形の性質の意識化	辺の 長さ	(思) 構成要素に着目して二等辺三角形と正三角形を分類したり、円の性質を見いだしたりしている。 (表) 構成要素に着目して図形の性質や共通点、相違点を図や言葉などを用いて表現している。	・観察や構成 ・図形の共通点や相違点を見付ける活動
第4学年		平行 垂直	(思) 構成要素や位置関係に着目し、四角形（平行四辺形など）の違いや立体図形（立方体、直方体）の性質を見いだしている。 (表) 構成要素や位置関係に着目し、図形の性質を図や言葉などを用いて表現している。	・観察や構成 ・性質から図形を分析したり考察したりする活動 ・図形を動的に見せる活動
第5学年	図形の性質間の関係性の意識化	合同	(思) 多角形や円柱、角柱の性質を見だし、それらの性質を用いて論理的に考えている。 (表) 既習事項を活用し、図形の性質を図や言葉などを用いて根拠を明確にして表現している。	・図形の性質と性質を関連付けることで、性質を根拠に論理的に説明する活動 ・図形の性質を使つての作図
第6学年		拡大 縮小 対称	(思) 拡大、縮小、対称という視点から既習の図形を見直して性質を見だし、そのことを基に発展的、統合的に考えている。 (表) 拡大、縮小、対称という視点から見いだした性質を、図や言葉などを用いて根拠を明確に表現している。	・操作活動による経験的、直観的な認識に加え、一般化を経験する活動 ・図形の性質を使つての作図

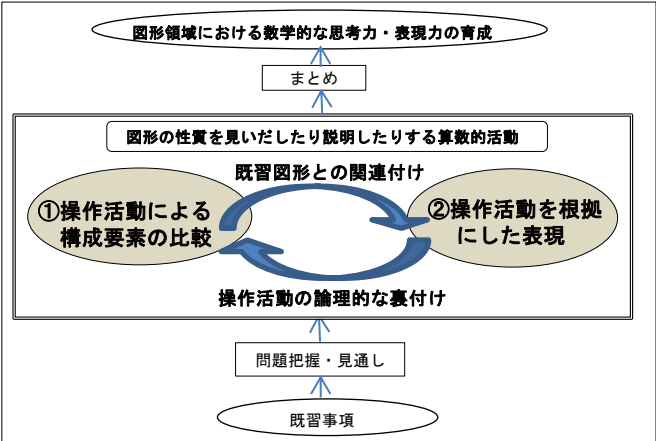


図1 図形領域における数学的な思考力・表現力を育成する授業モデル

本研究では、更に第2学年の「三角形と四角形」の単元において問題解決的な学習の各段階ごとに育成したい力と数学的な考え方や表現を用いている児童の姿を具体的にし、その数学的な考え方や表現を意識させるための教師の発問を整理して表2に示す。

表2 問題解決的な学習で育成したい力と数学的な考え方や表現を用いる児童の姿(第2学年「三角形と四角形」)

	育成したい力	数学的な考え方や表現を用いている姿	数学的な考え方や表現を意識させる教師の発問
問題把握	問題を捉える力	これまでの方法では容易に解決できない新たな問題に気づき、自分のものとして捉える。	・前に勉強した形と、違うところはどこだろうか。
見通し	必要な既習事項を選び出す力	既習図形と関連付け、直角や辺に着目して図形が弁別できないかという見直しをもつ。	・前の時間は形のどこに目をつけて考えたかな。 ・習ったことの中に似ている形はないかな。
自力解決	図形を操作し共通点や相違点を見いだす力	「ずらす」「まわす」「折り返す」などの具体的な操作によって既習図形と比較し、構成要素の特徴を見いだす。	・これらの形の特徴にはどんなきまりがありそうかな。 ・折ったり回したりして習った形と同じところや違うところを見付けよう。
学び合い	操作や確かめを根拠に説明する力	直角や辺に着目し、操作や確かめを基に図や言葉などを用いて自分の考えを分かりやすく表現する。	・なぜそう言えるのか形を動かしながら説明しよう。 ・友だちの説明を自分の言葉や図で説明してみよう。
まとめ	解決の着眼点や考え方の良さに気付く力	解決の着眼点や考えの良さに気づき、次時の学習や発展に生かそうとする。	・形をどんなふうに変えて考えたのが良かったかな。 ・今日の勉強でも前のように辺や直角に目をつけたら解けたね。

Ⅲ 研究の仮説と検証の視点と方法

以上の文献研究を基に、次のような研究の仮説を立て、その検証の視点と方法を表3に示す。

表3 研究の仮説
研究仮説
問題解決的な学習の各段階において育てたい力を明確にし、既習の図形概念や操作活動を生かして図形の性質を見いだしたり、操作を根拠に多様な方法を用いて自分の考えを説明したりする算数的活動を取り入れた授業モデルを作成する。そのモデルに基づいた授業を行うことにより、豊かな図形概念の形成が図られ、児童一人一人に数学的な思考力・表現力を育てることができるであろう。

仮説検証の視点	仮説検証の方法
(1) 既習の図形概念や操作活動を生かして図形の性質を見いだすことができたか。	行動観察、ワークシート
(2) 帰納、類推、演繹などの考え方をを用いて問題を解決することができたか。	行動観察、ワークシート、プレテスト、ポストテスト
(3) 多様な表現方法を用いて、問題を解決する過程を説明することができたか。	行動観察、ワークシート

Ⅳ 研究授業について

1 研究授業の内容

(1) 研究授業の計画

- 期 間 平成24年12月6日～平成24年12月17日
- 対 象 所属校第2学年（1学級30人）
- 単元名 三角形と四角形
- 目 標

三角形、四角形の弁別について、直線の数に着目して考えたり、辺の長さや直角に着目して長方形、正方形、直角三角形の意味や性質を考えたりする。

○ 単元の指導計画（全11時間）

時	学習内容
1	動物を直線で囲むという操作を通して、三角形・四角形の定義を知る。
2	三角形、四角形の定義を使って図形を弁別する。
3	紙を折ったり切ったりして三角形や四角形をつくる。
4	身の回りから三角形や四角形のものを見付ける。
5	直角の定義を知り、身の回りから直角を見付ける。
6	長方形を作り、長方形の性質を理解する。
7	長方形の紙を切って正方形を作り、正方形の定義や性質を理解する。
8	長方形や正方形を対角線で二つに切り、直角三角形について理解する。
9	方眼紙を使って、長方形や正方形を作図する。
10	方眼紙を使って、直角三角形を作図する。
11	長方形や正方形などをしきつめていろいろな模様を作り、平面の広がり気付く。

(2) 学習指導の工夫

ア 既習の図形概念や操作活動を生かして、図形の性質を見いださせるための工夫

- 図形を観察したり構成したりする必要感をもたせる導入を仕組み、第2学年の図形を考察する視点（直角、辺の長さ）に焦点化した操作活動を取り入れる。

- 着目させたい構成要素の関係が異なる図形を比較する場を設定することで、既習の図形との共通点や相違点を明確にさせ、図形に対する帰納・類推・演繹の考えを引き出す。

イ 図形の構成要素に着目して、図形の性質や弁別の理由を説明させるための工夫

- 互いの考えを読み取り、多様な表現方法を用いて説明し合う活動を通して、構成要素や性質を視点として図形を多面的に見て表現する基礎を培う。

- 具体物を操作しながら説明する場を仕組むことで、操作を根拠に自分の考えを表現することができるようにする。また、図やキーワードを用いて自分の考えを書く活動を設定する。

2 研究授業の分析と考察

(1) 既習の図形概念や操作活動を生かして、図形の性質を見いだすことができたか

各授業時間ごとに、前時までの既習の図形概念や操作活動を生かして図形の性質を見いだすことができていた児童の人数の変容は、図2の通りである。

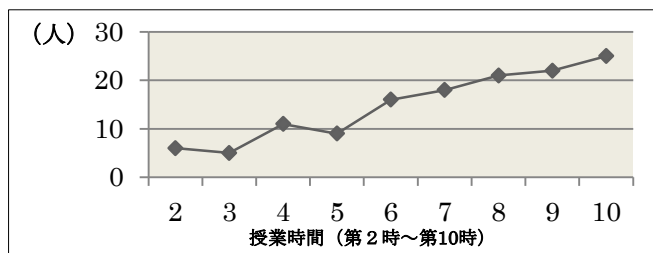


図2 図形の性質を見いだせた児童の人数の変容

第1時から第5時までは変容はあまり見られなかったが、第6時以降は、教師の指示が無くとも、辺と直角に着目して、既習の図形と新出の図形の共通点や相違点を児童なりに見いだしながら問題を解決しようとする姿が見られた。

次に、児童の具体的な発言内容で検証する。

第10時では、正方形や長方形を二つに分けて直角三角形の定義や性質について理解する学習をした。

第10時において、直角三角形の性質を見いだす児童の発言の記録を以下に示す。

教師：長方形や正方形の紙からお楽しみ会で使う三角形の旗を作ることができるかな。

A児：①今までやってきたみたいに、紙を折ったり回したりしてみたら、何か形ができそうです。（自力解決に入る）

B児：長方形をななめに切ると、こんなふうに鉄砲みたいな形の三角形が二つできました。

C児：でも、正方形もななめに切ると三角形が二つできたけど②長方形の時にできた三角形と比べるとちょっと違う。

教師：二つの三角形を比べて、何か気が付いたことはありますか。

D児：同じところは、どちらも直角が一つあることです。それは、もとの長方形に直角があったからだと思います。

③三角定規で調べたら、本当にちゃんと直角でした。

E児：他にも、頂点が三つあるところが同じです。

F児：三本の直線で囲まれているところも同じです。

G児：ぼくは、みんなと違って、二つの三角形の違うところを見付けました。正方形からできた三角形は、半分に折ったらぴったり重なるけれど、長方形からできた三角形は、半分に折っても重なりませんでした。だから、④もし、この二つの三角形を仲間分けするとしたら違う仲間同士だと思う。

H児：ぼくは、辺の長さでひみつを見付けました。正方形からできた三角形は、折って重ねたら二つの辺の長さが同じでした。でも、長方形からできた三角形の辺の長さは、回したり重ねたりしてもぴったりにはならないから、辺の長さは三本とも違うと思います。だから、ぼくもこの二つの三角形は三角形と呼んでも違う仲間だと思います。

直角三角形の性質を見いだす児童の発言の記録

前時までの長方形や正方形の学習では、それぞれの性質を探るために辺の長さを測る、折る、切る、重ねるなどの操作活動を取り入れてきた。また、直角や辺の長さに着目し、他の四角形と比較したり仲間分けをしたりする活動を通して、長方形と正方形の性質の理解を深めてきた。第10時の学習では、①や③のように、これまでの学習で行ってきた、図形の概念を育む操作活動の価値を児童自身が認め、進んで活用していく姿が見られた。また、②や④のように、比較や分類といった活動によってさまざまな気づきが生まれ、「どんな性質があるのだろうか。」「二つの図形を比べて、似ているところや違うところはどこだろうか。」などと児童が既習事項を基に自ら問いをもち、操作活動と関係付けて確かめようとする姿が見られた。それは、G児とH児の発言のように、第3学年で学習する二等辺三角形と直角二等辺三角形の共通点や相違点を児童自ら見だし、聞き手に分かりやすく説明しようすることに発展しており、既習の図形概念を生かして児童自身が新たな図形に働きかけていく姿だといえる。

これらの要因として、着目すべき構成要素の関係が異なる図形を比較させる場を仕組み、常に既習に立ち戻り、操作活動と関係付けて考える経験を積み上げたことで、図形の構成要素に着目して捉える力が育まれたことが考えられる。操作活動と論理的に考える活動を互いに関わらせていくなかで「辺に着目すれば解決ができそうだ。」といった既習事項を基にした自発的な問いが生まれ、幾度かの操作活動によって更に追究され、図形の全体的な構図や構成要素における共通点・相違点が捉えやすくなったと考えられる。

以上のことから、操作活動による構成要素の比較を授業に取り入れることは、図形の性質を見いだしたり説明したりする活動を充実させるために有効であるといえる。しかし、一方で傾けて示された図形の理解が十分ではない児童が2人おり、これは、図形から「辺」と「角」以外の余分なものを捨象して定義を理解できていないためだと考えられる。改善策として、図形の定義について理解を図る際、多種

多様な図形から「集合の要素はみな違うけれど、ある一つの属性に注目すると同じ」という抽象の見方を操作を通して繰り返し体感させ、児童自身の力で図形の定義を再確認する指導を行うべきであった。

(2) 帰納，類推，演繹などの考え方をを用いて問題を解決することができたか

まず、演繹の考えを用いて問題を解決することができたかについて、プレテスト・ポストテストの結果から検証する。

プレテスト・ポストテストでは、既習の図形の構成要素に着目して図形を弁別する問題で、考えの根拠を記述させた。プレテストでは、第1学年で学習した「いろいろなかたち」の単元から、箱の形を弁別する問題を出した。ポストテストでは、本研究授業の単元である「三角形と四角形」で学習した図形の弁別を問題場面にした。図3にプレテストの内容を示す。

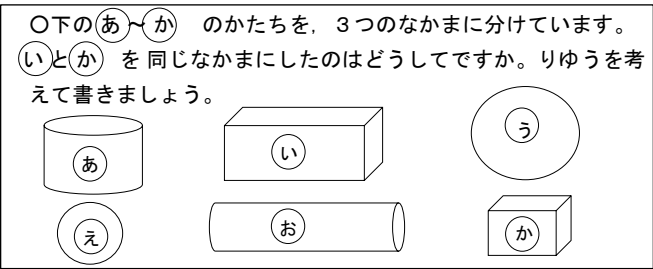


図3 プレテストの問題

これは、共通する図形の構成要素を見だし、なぜ同じ仲間に入るのかを演繹的に説明する問題である。表4はプレテストとポストテストの記述の分類と段階を示し、表5にその結果をクロス集計表で示す。

表4 プレテスト・ポストテストの記述の分類と段階

段階	記述の状況
I	既習の内容や図形の構成要素を用いて理由を分かりやすく述べている。
II	既習である内容や図形の構成要素を用いているが、理由を述べていない。あるいは、理由は述べているが、既習である内容や既習の図形の構成要素を用いていない。
III	解決につながる考え方ができていない。あるいは、無記述である。

表5 プレテスト・ポストテストのクロス集計結果（人）

ポスト プレ	I	II	III	計
I	9	1	0	10
II	13	1	0	14
III	5	1	0	6
計	27	3	0	30

既習の内容や図形の構成要素を用いて演繹的に説明できた児童は、表5に示すようにプレテストの10人から27人に増えた。また、ポストテストにおいて段階が上がった児童は19人になり、そのうち5人は段階Ⅲから段階Ⅰへと2段階上がっていることから、クラス全体の傾向として、既習の内容や既習の図形の構成要素を用いて、自分の考えを演繹的に説明できるようになったことが分かる。

次に、帰納の考えを用いて問題を解決することができたかについて、ポストテストにおいて段階Ⅲから段階ⅠになったⅠ児の第3時、第7時、第10時の具体的な記述内容で検証する。Ⅰ児は、プレテストでは無記述であり、図形の構成要素の何に着目して考えたらいいか分からない状態であった。第3時では、一つの三角形に直線を一本引き、折り目を入れて二つの三角形に分ける方法を学習した。分け方の例を図4に示す。

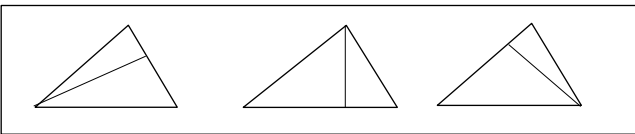


図4 一つの三角形を二つの三角形に分ける方法の例

第3時において、Ⅰ児は頂点に着目することができずワークシートに次のように記述していた。

1つの三角形を直線で切ると2つの三角形ができることが分かった。

第3時におけるⅠ児のワークシートの記述内容

Ⅰ児は、他の児童がかいたたくさんの図からの三角形を作るときのきまりとして、頂点を通る一本の直線で切らなければならないことを見いだすことができていなかった。第7時では、正方形の定義と性質について学習した。Ⅰ児は、ワークシートに「みんなのかいた正方形は、大きさはちがったけれど、どれも四つの直角があるとわかった。」と振り返っており、友だちのかいた図形から、正方形の特徴として「4本の辺の長さが等しいこと」に加えて「すべての角は直角であること」を見いだせるようになってきた。さらに、第10時において、直角三角形を作図する方法を考える学習をした際、Ⅰ児は、問題文に当てはまる直角三角形を3種類作図し、できた図形を直角や辺の長さに着目して確かめ、自らきまりを見いだそうとしていた。第10時におけるⅠ児のワークシートの記述を次に示す。

ぼくのかいた直角三角形だけでなく、みんながかいた
いっぱい直角三角形で、どれも直角と辺で同じこと
が言えるのを見つけたのがよかった。

第10時におけるI児のワークシートの記述内容

これらの様子から、研究授業が進むにつれて、I児は、学習の中でたくさんの図形からの共通点を見付け、帰納の考えを用いて成り立つ性質を見いだすことができるようになったといえる。

最後に、類推の考えを用いて問題を解決することができたかについて、J児の第2時、第7時のワークシートの具体的な記述内容で変容を検証する。

第2時	5人とさんがくはくみえるから。
第7時	このやうなおてみるとひたひた同じだった。 まは直角でもしるべたらぼくのハンカチは 正方形だったよ。

J児のワークシートの記述内容

第2時では、前時で学習した三角形と四角形を弁別する三つの視点「直線」「直線の数」「囲まれている」を根拠に図形を弁別する学習をした。J児は、図形を感覚的な言葉で捉えており、既習の弁別の視点を用いて類推的に図形を弁別できていない。

第7時では、長方形の紙を切って正方形を作り、正方形の定義や性質について学習し、身の回りのものから長方形や正方形を見付ける学習をした。J児は、前時の長方形の学習から、正方形の性質を調べる際には折ったり重ねたりして辺の長さ確かめたり、「マイ直角」を使って直角かどうか確かめたりするとよいことを類推的に考えていた。

また、「新しい問題をとくとき、前にべんきょうしたことが使えないかと考えます。」というアンケートにおいて、肯定的に答えた児童は、第1時では8人(27%)であったが、第11時では23人(77%)に増えた。これらのことから、研究授業が進むにつれて今までに学習したことを使って課題を解決しようとする児童が増えていることが分かる。

これらの要因として、問題解決的な学習過程の各段階ごとに育成したい力を明確にもち、ねらいに達成するための操作活動や数学的な考え方をを用いる場を意図的に仕組んだことで、児童の思考に沿って数学的な考え方や表現を引き出すことができたことが考えられる。また、図形の分解や合成などの具体物を操作する活動を多く取り入れ、それらを数学的な考え方に焦点を当てた発問によって振り返らせたことで、操作活動から児童なりの気づきや発展的な問

いが生まれ、図形の見方や考え方が深まり、図形領域における数学的な思考力が高まったと考えられる。

以上のことから、児童は、学習の中で帰納・類推・演繹の考えを用いて問題を解決できるようになってきたといえる。しかし、ポストテストでは、段階が下がった児童が一人おり、正方形の定義である四つの直角に目を向けることができていなかった。その要因として、作図や構成の際に、定義に戻って確かめる活動が不十分であったためと考えられる。

(3) 多様な表現方法を用いて問題を解決する過程を説明することができたか

第2時と第10時に、操作的表現、図的表現、言語的表現、記号的表現を用いて問題を解決することができた児童の人数を図5に示す。

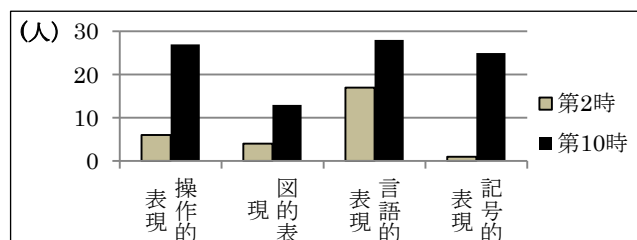


図5 各表現方法を用いた児童の人数

どの表現方法においても用いた人数が増えており、特に、図などを動かすことによる操作的表現と、直角や等しい長さの辺に着目して印をつける記号的表現での増加率が高い。また、一つの問題に対して複数の表現方法を用いた児童の割合は、第2時において3人(10%)から、第10時において27人(90%)に増加した。これらのことから、研究授業が進むにつれて多様な表現方法を用いて解決の過程を説明することが概ねできるようになってきているといえる。

次に、第2時の三角形と四角形を弁別する学習において、児童が三角形を判断した理由を表6に示す。

表6 第2時におけるK児とL児の記述内容

児童	三角形だと判断した理由
K児	無記述
L児	さんかくだから。

K児は、傾いて描かれた図形が三角形であることは直観的に捉えているものの、その理由についてはどのように表現したらよいのか分からないでいた。L児も、具体的な操作活動を通して、辺や直角に着目して考える様子は見られなかった。第10時において、直角三角形を作図する方法を考える学習をした際のK児の説明を次に示す。

ぼくは、Mくんのかいた直角三角形も正しいと思います。そのわけは、こうしてひっくり返すと、直角をつくる二つの辺の長さは3 cmと5 cmになるので、結局はNさんがかいた直角三角形とびたっと重なって同じになるからです。もし他にも考えるなら、こういう直角三角形も正しいことになると思います。(と、他の正解例である直角三角形を黒板にかいて示す。)

第10時におけるK児の発言内容

このようにK児は、M児のかいた図からM児の考えを読み取り、直角三角形の作図方法を、図を回転させることによる操作的表現、実際に図をかくことによる図的表現、直角の印を付けることによる記号的表現、自分なりの言葉に言い換える言語的表現というふうに多様に表現方法を用いて自分の考えを説明している。さらに、「直角」や「辺」などの用語を適切に使い、直角三角形の性質について演繹的に説明していくなかで一般性を見だし、発展的な高まりである「もし～ならば」という思考を働かせている。また、L児についても自分がかいた直角三角形を指し示し、実際にマス目を確かめながら辺の長さと直角の場所を正しくおさえて、直角三角形の作図の過程を詳しく説明することができた。

これらの要因として、2点考えられる。1点目は、図形を構成要素に基づいて考察する入門期であることを意識して、必ず操作を伴って説明し合う場を設定したことで、考えの根拠が明確になり、聞き手に対して実感を伴った理解を促すことができたことである。2点目は、友だちの考えを読み取り、多様な表現方法を用いる活動を取り入れたことで、児童同士のかかわりが生まれ、目的意識をもって主体的に表現しようとする姿につながったことである。また、操作の過程をICTを用いて視覚的に分かりやすく提示したことも児童それぞれの多様な思いに対して共通認識を図ることができ、効果的であった。

以上のことから、操作を根拠にした表現を授業に取り入れることは、図形の性質を見いだしたり説明したりする活動を充実させるために有効であるといえる。

V 研究のまとめ

1 研究の成果

問題解決的な学習の各段階で育てる力を明確にし、図形を考察する視点を基に既習図形と比較したり、操作を根拠に考えを表現したりする算数的活動を取り入れた指導は、図形領域における数学的な思考力・表現力を育てる上で次の2点で有効だと分かった。

○ 図形の共通点や相違点を捉えやすくなり、構成

要素に着目した図形の見方の素地が育まれること。

○ 根拠が明確になり、多様な表現方法を用いた考えを交流し、深め合う場となること。

2 今後の課題

- 本研究の取組を通して、低学年の児童は、操作活動を通して図形の性質を見だし、定義を導き出すことができたが、弁別する場面になると図形を考察する視点に着目できない場面が見られた。弁別課題で用いる図形の形状を更に豊富にするなど定義に立ち戻って確かめる場を仕組み、図形の定義を再確認させる指導が必要であると考え。
- 今回作成した授業モデルの有効性を低学年においては示すことができたが、中・高学年で確かめることができなかった。中・高学年の指導においても、操作活動のねらいが不明確であることが課題となっているため、表1に整理した「図形を考察する視点」に気付かせる操作活動を取り入れることが重要であると考え。また、学年進行に応じて既習の図形の見方を活用していく学習を仕組むことが大切であると考え。今後は、図形領域における指導の系統性を図るために、中・高学年での図形概念の形成を促すための有効な取組について研究する必要がある。

【注】

- (1) 松浦武人・川崎正森・妹尾進一・村上良太・植田敦三 (2012) : 『論理的な図形認識を促す算数・数学科カリキュラムの開発(3)』をもとに稿者が作成した。

【引用文献】

- 1) 志水廣 (2009) : 『小学校算数科の指導(第2版)』建帛社 p.145
- 2) 金本良通 (2007) : 「数学的に表現する力としてどのようなことが期待されるか」『新しい算数研究』7月号 東洋館出版社 p.6
- 3) 斉藤規子 (2009) : 「立体図形の見方と空間認識を深める授業づくりのポイント」『新しい算数研究』12月号 東洋館出版社 p.9

【参考文献】

- 赤井利行 (2002) : 『子どもの活動が創り出す図形指導』明治図書
- 古藤怜 (2010) : 『豊かな発想を育む新しい算数学習』東洋館出版社
- 松尾七重 (2003) : 「小学校算数科における新しい図形教育のあり方」『鳥取大学数学教育研究』第5号
- 前田隆一 (平成7年) : 『小・中学校を一貫する初等図形教育への提言』東洋館出版社