

高等学校数学科採点基準

4枚のうち1

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

【注意】問題によっては、部内点を与える。

問題番号			正 答 [例]		採 点 上 の 注 意	配 点			
1	1	(1)	ア	－（マイナス）	2つとも合っているものだけを正答とする。	4	9	4 5	
			イ	4					
		(2)	ウ	1	4つとも合っているものだけを正答とする。	5			
			エ	0					
			オ	2					
			カ	2					
	2	(1)	キ	9	3つとも合っているものだけを正答とする。	4			9
			ク	5					
			ケ	5					
		(2)	コ	2	6つとも合っているものだけを正答とする。	5			
			サ	4					
			シ	5					
			ス	2					
			セ	3					
			ソ	5					
		3		タ	2		4		
	チ			2	2つとも合っているものだけを正答とする。	5			
	ツ			2					
	4	(1)	テ	3	3つとも合っているものだけを正答とする。	4	9		
			ト	9					
			ナ	5					
		(2)	ニ	4	4つとも合っているものだけを正答とする。	5			
			ヌ	4					
			ネ	2					
			ノ	5					
	5	(1)	ハ	2	2つとも合っているものだけを正答とする。	5	9		
			ヒ	1					
		(2)	フ	2	6つとも合っているものだけを正答とする。	4			
			ヘ	0					
			ホ	0					
			マ	1					
			ミ	0					
			ム	1					

高等学校数学科採点基準

4枚のうち2

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号				正 答		〔例〕		採 点 上 の 注 意		配 点	
2	1	(1)	ア	3	4つとも合っているもの だけを正答とする。	5	10	20			
			イ	1							
			ウ	9							
			エ	0							
		(2)	オ	1	4つとも合っているもの だけを正答とする。	5					
			カ	5							
			キ	3							
			ク	1							
	2	(1)	ケ	8	3つとも合っているもの だけを正答とする。	5	10				
			コ	1							
			サ	6							
		(2)	シ	1	3つとも合っているもの だけを正答とする。	5					
			ス	4							
			セ	4							
3	1	(1)	ア	1	3つとも合っているもの だけを正答とする。	5	15				
		(2)	イ	9		5					
			ウ	1							
			エ	2							
	2		オ	3	2つとも合っているもの だけを正答とする。	5					
			カ	1							

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号	正 答 [例]	採 点 上 の 注 意	配 点																																				
4	点 A, B, C に、次の複素数 α, β, γ をそれぞれ対応させる。 $\alpha = 6 + 4i, \beta = 2 + 6i$ $\gamma - \beta = (\alpha - \beta) \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ より、 $\gamma = (4 - 2i) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) + 2 + 6i = (2 + 3\sqrt{2}) + (6 + \sqrt{2})i$ よって、点 C の座標は $(2 + 3\sqrt{2}, 6 + \sqrt{2})$		10																																				
5	$y = \frac{bx+2}{x+2a}$ …① とする。 $\frac{bx+2}{x+2a} = \frac{b(x+2a)+2-2ab}{x+2a} = \frac{2-2ab}{x+2a} + b$ と変形できるから、 ①の定義域は $x \neq -2a$ 、値域は $y \neq b$ である。①から、 $y(x+2a) = bx+2$ $(y-b)x = 2-2ay$ $y \neq b$ のとき、 $x = \frac{2-2ay}{y-b}$ よって、①の逆関数は、 x と y を入れ替えて、 $y = \frac{2-2ax}{x-b}$ ($x \neq b$) より、 $f^{-1}(x) = \frac{2-2ax}{x-b}$ ($x \neq b$) $f(x)$ と $f^{-1}(x)$ が一致するための条件は、 $\frac{bx+2}{x+2a} = \frac{2-2ax}{x-b}$ が x の 恒等式となることである。分母を払って、 $(x-b)(bx+2) = (x+2a)(2-2ax)$ $bx^2 + (2-b^2)x - 2b = -2ax^2 + (2-4a^2)x + 4a$ $(2a+b)\{x^2 + (2a-b)x - 2\} = 0$ これが x の恒等式となるので、 $2a+b=0$ このとき、 $f(x)$ と $f^{-1}(x)$ の定義域は一致する。 したがって、求める条件は、 $2a+b=0$		15																																				
6	$y = \frac{x}{\log x}$ の定義域は、 $x > 0, x \neq 1$ $y' = \frac{\log x - 1}{(\log x)^2}$, $y'' = \frac{\frac{1}{x}(\log x)^2 - (\log x - 1)(2\log x) \frac{1}{x}}{(\log x)^4} = \frac{2 - \log x}{x(\log x)^3}$ $y' = 0$ となる x は、 $x = e$ $y'' = 0$ となる x は、 $x = e^2$ 増減や凹凸は、次のようになる。 <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>...</td><td>1</td><td>...</td><td>e</td><td>...</td><td>e^2</td><td>...</td></tr><tr><td>y'</td><td>$\nearrow$</td><td>-</td><td>$\nearrow$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y''</td><td>$\nearrow$</td><td>-</td><td>$\nearrow$</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$\nearrow$</td><td>$\searrow$</td><td>$\nearrow$</td><td>$\searrow$</td><td>e</td><td>$\nearrow$</td><td>$\frac{e^2}{2}$</td><td>$\nearrow$</td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x}{\log x} = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x}{\log x} = -\infty$ であるから、直線 $x = 1$ はこの曲線の漸近線である。 また、 $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{\log x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x} = \infty$ より、概形は下の図のよう になる。 	x	0	...	1	...	e	...	e^2	...	y'	$\nearrow$	-	$\nearrow$	-	0	+	+	+	y''	$\nearrow$	-	$\nearrow$	+	+	+	0	-	y	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	e	$\nearrow$	$\frac{e^2}{2}$	$\nearrow$		20
x	0	...	1	...	e	...	e^2	...																															
y'	$\nearrow$	-	$\nearrow$	-	0	+	+	+																															
y''	$\nearrow$	-	$\nearrow$	+	+	+	0	-																															
y	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	e	$\nearrow$	$\frac{e^2}{2}$	$\nearrow$																															

高等学校数学科採点基準

4枚のうち4

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号		正 答	〔例〕	採 点 上 の 注 意	配 点
7	1	6			5
	2	0.0228			10
8	1	球面 S の方程式は、 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ …①と表せる。 ①に $z = \frac{1}{2}$ を代入して、 $x^2 + y^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$ より、 $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}$ よって、球面 S が平面 $z = \frac{1}{2}$ と交わってできる円の方程式は、 $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}$, $z = \frac{1}{2}$ したがって、円の中心の座標は $(0, 0, \frac{1}{2})$, 半径は $\frac{\sqrt{3}}{2}$ である。			8
	2	直線 l 上に点 P をとると、実数 k を用いて、 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + k\vec{d}$ $= (-\sqrt{5}k + 1, ka, 2ka)$ と表せる。 点 P が球面 S 上の点とすると、 $(-\sqrt{5}k + 1)^2 + (ka)^2 + (2ka)^2 = 1$ を満たす。 よって、 $5(a^2 + 1)k^2 - 2\sqrt{5}k = 0$ より $k = 0, \frac{2\sqrt{5}}{5(a^2 + 1)}$ 点 B は点 A と異なる点なので、 $k = \frac{2\sqrt{5}}{5(a^2 + 1)}$ として $B\left(\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}, \frac{2\sqrt{5}a}{5(a^2 + 1)}, \frac{4\sqrt{5}a}{5(a^2 + 1)}\right)$ と表せる。 ここで、 $\triangle OAB$ について、 $\angle AOB = \theta (0 < \theta < \pi)$ とおくと、 $(\triangle OAB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin \theta = \frac{1}{2} \sin \theta$ より、 $\triangle OAB$ の面積が最大のとき、 $\sin \theta$ の値が最大 よって、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ つまり、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ となる a の値が存在すれば、そのとき $\triangle OAB$ の面積は最大となる。 ここで、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ より、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ とすると、 $a = \pm 1$ したがって、 $\triangle OAB$ の面積が最大となる a の値は ± 1			12
9	1	ア	数学的活動		5
		イ	日常		5
	2	ア, ウ, エ		全部合っているものだけ 正答とする。	10
10		うめる長方形の数を増やすことで、囲まれた図形の面積と長方形の面積の和との差が小さくなることに気付かせる。 次に、 n 個の長方形をうめるとき、長方形の面積の和を文字 n を用いた式で表現させる。その後、 n を限りなく大きくしたときの長方形の面積の和が $\frac{4}{3}$ に限りなく近づくことを確認させ、 $S = \frac{4}{3}$ であることを理解させる。		問いを正しく捉えていれば、内容は異なっていてよい。	20